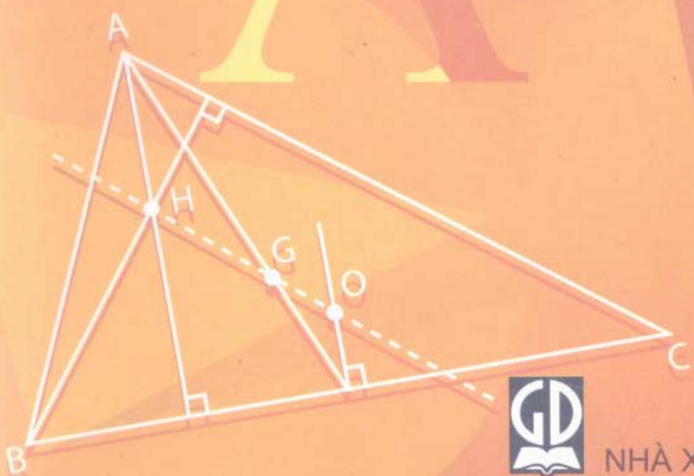
TÔN THÂN (Chủ biên) - VŨ HỮU BÌNH
TRẦN ĐÌNH CHÂU - TRẦN PHƯƠNG DUNG - TRẦN KIỀU

BÀI TẬP TOÁN 7

TẬP HAI

$A = 3x^2y + 2xy^2$





NHÀ XUẤT BẢN GIÁO DỤC VIỆT NAM

TÔN THÂN (Chủ biên)
VŨ HỮU BÌNH - TRẦN ĐÌNH CHÂU -TRẦN PHƯƠNG DUNG - TRẦN KIỀU

BÀI TẬP TOÁN 7

TẬP HAI

(Tái bản lần thứ tám)

NHÀ XUẤT BẢN GIÁO DỤC VIỆT NAM

01–2011/CXB/758–1235/GD

Mã số : 2B704T1

LỜI NÓI ĐẦU

Trong những năm qua, bộ sách Bài tập Toán từ lớp 6 đến lớp 9 do chính các tác giả sách giáo khoa Toán THCS biên soạn đã được sử dụng kèm theo sách giáo khoa và đã mang lại những hiệu quả thiết thực. Bộ sách đã là một tài liệu bổ ích giúp các thầy, cô giáo có thêm tư liệu trong việc soạn giảng, giúp các em học sinh tự học, tự rèn luyện kĩ năng, qua đó củng cố được kiến thức cơ bản, hình thành phương pháp giải toán, tăng thêm khả năng vận dụng kiến thức và góp phần rèn luyện tư duy toán học.

Để đáp ứng tốt hơn nhu cầu ngày càng cao của các thầy, cô giáo và các em học sinh, chúng tôi tiến hành chỉnh lí và bổ sung bộ sách bài tập hiện có theo hướng tạo nhiều cơ hội hơn nữa để các em học sinh được củng cố kiến thức toán học cơ bản, được rèn luyện kĩ năng theo ***Chuẩn kiến thức, kĩ năng*** trong ***Chương trình Giáo dục phổ thông*** được Bộ Giáo dục và Đào tạo ban hành ngày 5 tháng 5 năm 2006. Nói chung, ở mỗi "xoắn" (§), cuối mỗi chương sẽ có thêm phần ***Bài tập bổ sung***. Trong phần này, có thể có các *câu hỏi trắc nghiệm khách quan* để các em học sinh tự kiểm tra, đánh giá mức độ nắm vững kiến thức của mình. Một số dạng bài tập chưa có trong sách giáo khoa cũng được bổ sung nhằm làm phong phú thêm các thể loại bài tập, giúp các em học sinh tập dượt vận dụng kiến thức trong nhiều tình huống khác nhau. Bộ sách cũng được bổ sung một số bài tập dành cho các em học sinh khá, giỏi. Những bài tập này được đánh dấu "*". Bên cạnh đó, các tác giả cũng chú ý chỉnh sửa cách diễn đạt ở một số chỗ cho thích hợp và dễ hiểu hơn.

Chúng tôi hi vọng rằng với việc chỉnh lí và bổ sung như trên, bộ sách Bài tập Toán từ lớp 6 đến lớp 9 sẽ góp phần tích cực hơn nữa trong việc

nâng cao chất lượng dạy và học môn Toán ở các trường THCS trong cả nước, đáp ứng tốt hơn nữa nhu cầu đa dạng của các đối tượng học sinh khác nhau.

Mặc dù đã có nhiều cố gắng song bộ sách khó tránh khỏi những thiếu sót. Chúng tôi rất mong nhận được những ý kiến đóng góp của các thầy, cô giáo và bạn đọc gần xa để trong các lần tái bản sau bộ sách được hoàn thiện hơn. Xin chân thành cảm ơn.

Hà Nội, tháng 10 năm 2009

CÁC TÁC GIẢ

PHẦN ĐẠI SỐ

Chương III. THỐNG KÊ

ĐỀ BÀI

§1. Thu thập số liệu thống kê, tần số

1. Số lượng nữ học sinh của từng lớp trong một trường Trung học cơ sở được ghi lại trong bảng dưới đây :

18	20	17	18	14
25	17	20	16	14
24	16	20	18	16
20	19	28	17	15

a) Để có được bảng này, theo em người điều tra phải làm những việc gì ?

b) Dấu hiệu ở đây là gì ? Hãy nêu các giá trị khác nhau của dấu hiệu, tìm tần số của từng giá trị đó ?

2. Điều tra về "màu mà bạn ưa thích nhất" đối với các bạn trong lớp, bạn Hương thu được ý kiến trả lời và ghi lại trong bảng dưới đây :

đỏ,	xanh da trời,	tím sẫm,	đỏ,	vàng
xanh da trời,	tím nhạt,	vàng,	hồng,	vàng
trắng,	tím sẫm,	xanh nước biển,	đỏ,	đỏ
vàng,	tím sẫm,	tím nhạt,	xanh lá cây,	hồng
đỏ,	trắng,	trắng,	tím nhạt,	hồng
đỏ,	xanh da trời,	trắng,	hồng,	vàng.

a) Theo em thì bạn Hương phải làm những việc gì để có bảng trên ?

b) Có bao nhiêu bạn tham gia trả lời ?

c) Dấu hiệu ở đây là gì ?

d) Có bao nhiêu màu được các bạn nêu ra ?

e) Số bạn thích đối với mỗi màu (tần số) ?

3. Một người ghi lại số điện năng tiêu thụ (tính theo kW.h) trong một xóm gồm 20 hộ để làm hoá đơn thu tiền. Người đó ghi như sau :

75	100	85	53	40	165	85	47	80	93
72	105	38	90	86	120	94	58	86	91

Theo em thì bảng số liệu này có thiếu sót gì và cần phải lập bảng như thế nào ?

Bài tập bổ sung

1.1. Kết quả quyên góp sách giáo khoa giúp học sinh vùng bị bão lụt của trường THCS Nguyễn Huệ được thống kê trong bảng sau :

Lớp	A	B	C	D	E
6	16	20	18	13	21
7	26	25	30	29	40
8	32	40	42	38	44
9	40	52	48	41	

a) Dấu hiệu ở đây là gì ?

b) Mỗi lớp trong các lớp 6A, 7C, 8B, 9D quyên góp được bao nhiêu quyển sách giáo khoa ?

c) Trường THCS Nguyễn Huệ có bao nhiêu lớp ?

1.2. Gieo (thảy) đồng thời hai con xúc xắc (con xúc xắc là một khối lập phương, số chấm trên từng mặt lần lượt là 1, 2, 3, 4, 5, 6) một lần và quan sát tổng số chấm xuất hiện ở cả hai con.

a) Dấu hiệu ở đây là gì ?

b) Viết dãy giá trị của dấu hiệu ;

c) Khi nào thì đạt được các giá trị là 2 ; 12 ?

§2. Bảng "tần số" các giá trị của dấu hiệu

4. Hãy lập bảng "tần số" từ các bài tập 1 và 2.

5. Theo dõi số bạn nghỉ học ở từng buổi trong một tháng, bạn lớp trưởng ghi lại như sau :

0	0	1	1	2	0	3	1	0	4	1	1	1
2	1	2	0	0	0	2	1	1	0	6	0	0

a) Có bao nhiêu buổi học trong tháng đó ?

b) Dấu hiệu ở đây là gì ?

c) Lập bảng "tần số", nhận xét.

6. Số lỗi chính tả trong một bài tập làm văn của các học sinh ở lớp 7B được thầy giáo ghi lại dưới đây :

3	4	4	5	3	1	3	4	7	10
2	3	4	4	5	4	6	2	4	4
5	5	3	6	4	2	2	6	6	4
9	5	6	6	4	4	3	6	5	6

a) Dấu hiệu ở đây là gì ?

b) Có bao nhiêu bạn làm bài ?

c) Lập bảng "tần số" (ngang và dọc), nhận xét.

7. Cho bảng "tần số"

Giá trị (x)	110	115	120	125	130	
Tần số (n)	4	7	9	8	2	N = 30

Hãy từ bảng này viết lại bảng số liệu ban đầu.

Bài tập bổ sung

2.1. Cho dãy giá trị của một dấu hiệu như dưới đây :

5 5 3 7 8 8 5 5 6 6 6 5 7 6 5 6 7 4 5 6.

a) Tần số của giá trị 5 là :

(A) 6 ; (B) 20 ; (C) 7 ; (D) 5.

Hãy chọn phương án đúng.

b) Lập bảng "tần số" của dấu hiệu.

2.2. Tất cả các trường THCS thuộc huyện Tân Hà đều tổ chức sưu tầm các bài dân ca để hưởng ứng phong trào "xây dựng trường học thân thiện, học sinh tích cực". Người theo dõi đã ghi tóm tắt kết quả sưu tầm của các trường trong bảng dưới đây :

4	5	1	2	2	6	3	3	2	3	4	4

a) Nếu để tuyên dương thành tích của các trường thì theo em chỉ với bảng này đã đủ chưa ? Nếu chưa thì cần có một bảng thống kê như thế nào ?

b) Dấu hiệu ở đây là gì ?

c) Lập bảng "tần số" của dấu hiệu.

2.3. Theo dõi thời gian chạy 100m trong 10 lần của một vận động viên, huấn luyện viên đã ghi lại trong bảng sau (đơn vị là giây) :

11	11,2	11,3	11,2	11,5	11,2	11,3	11,2	11,1	12

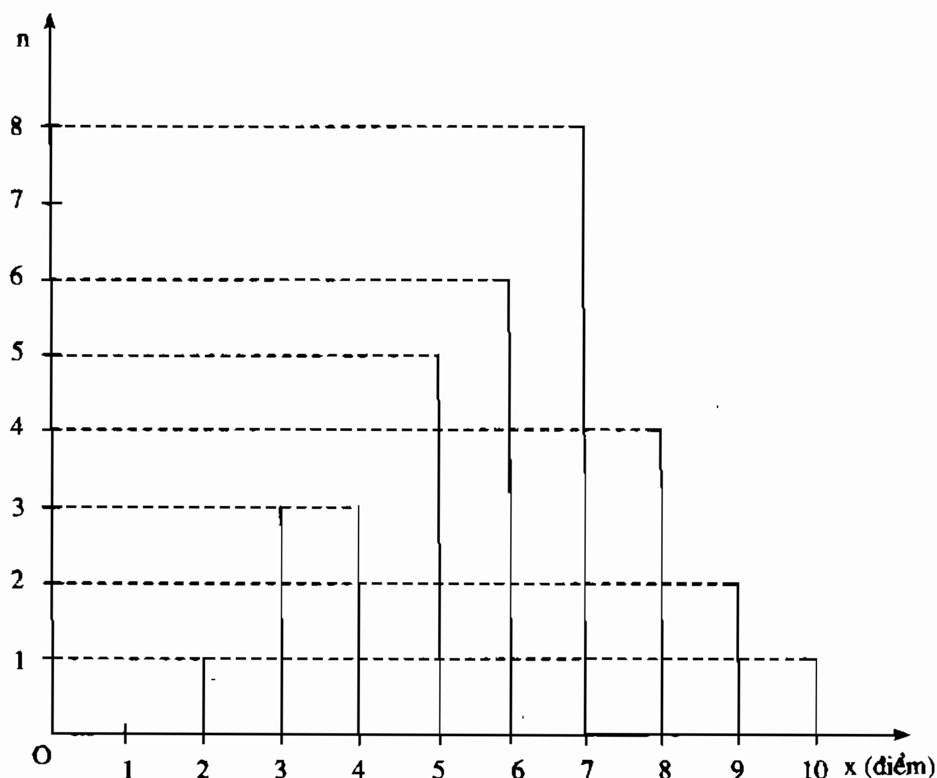
a) Dấu hiệu ở đây là gì ?

b) Lập bảng "tần số".

c) Nêu nhận xét về tốc độ chạy của vận động viên.

§3. Biểu đồ

8.



Biểu đồ trên biểu diễn kết quả của học sinh trong một lớp qua một bài kiểm tra. Từ biểu đồ đó hãy :

a) Cho biết có bao nhiêu học sinh đạt điểm 7 ? Bao nhiêu học sinh đạt điểm 9 ?

b) Nhận xét.

c) Lập lại bảng “tần số”.

9. Lượng mưa trung bình hàng tháng từ tháng 4 đến tháng 10 trong một năm ở một vùng được trạm khí tượng ghi lại trong bảng dưới đây (đo theo mm và làm tròn đến mm) :

Tháng	4	5	6	7	8	9	10
Lượng mưa	40	80	80	120	150	100	50

Hãy vẽ biểu đồ đoạn thẳng và nhận xét.

10. Có 10 đội bóng tham gia một giải bóng đá. Mỗi đội đều phải đá lượt đi và lượt về với từng đội khác.

a) Mỗi đội phải đá bao nhiêu trận trong suốt giải ?

b) Số bàn thắng qua các trận đấu của một đội trong suốt mùa giải được ghi lại dưới đây :

Số bàn thắng (x)	1	2	3	4	5	
Tần số (n)	6	5	3	1	1	N = 16

Hãy vẽ biểu đồ đoạn thẳng.

c) Có bao nhiêu trận đội bóng đó không ghi được bàn thắng ?

Có thể nói đội bóng này đã thắng 16 trận không ?

Bài tập bổ sung

3.1. Diện tích rừng trồng tập trung của tỉnh Quảng Ninh trong một số năm, từ năm 2000 đến năm 2008 (tính theo nghìn ha) được cho trong bảng sau :

Năm	2000	2004	2005	2006	2007	2008
Diện tích rừng trồng tập trung	7,3	7,6	8,7	13,2	15,5	16,6

(*Nguồn* : Niên giám thống kê – 2008)

a) Dấu hiệu ở đây là gì ?

b) Năm 2006 tỉnh Quảng Ninh trồng được bao nhiêu nghìn ha rừng ?

c) Biểu diễn bằng biểu đồ hình chữ nhật.

d) Nhận xét về tình hình trồng rừng của tỉnh Quảng Ninh trong thời gian từ năm 2000 đến năm 2008.

3.2. Kết quả phân loại trình độ học tập khi kết thúc năm học 2006 – 2007 của toàn bộ học sinh trường THCS Nguyễn Trãi như sau :

– Loại kém 5% ;

– Loại yếu 15 % ;

– Loại trung bình 55% ;

– Loại khá 20% ;

– Loại giỏi 5%.

Hãy biểu diễn kết quả trên bằng biểu đồ hình chữ nhật.

§4. Số trung bình cộng

11. Tính số trung bình cộng và tìm mốt của dãy giá trị sau bằng cách lập bảng :

17	20	18	18	19	17	22	30	18	21
17	32	19	20	26	18	21	24	19	21
28	18	19	31	26	26	31	24	24	22

12. Theo dõi nhiệt độ trung bình hàng năm của hai thành phố A và B từ năm 1956 đến năm 1975 (đo theo độ C) người ta lập được các bảng sau :

• Đối với thành phố A

Nhiệt độ trung bình (x)	23	24	25	26	
Tần số (n)	5	12	2	1	N = 20

• Đối với thành phố B

Nhiệt độ trung bình (x)	23	24	25	
Tần số (n)	7	10	3	N = 20

Hãy so sánh nhiệt độ trung bình hàng năm giữa hai thành phố.

13. Hai xạ thủ A và B cùng bắn 20 phát đạn, kết quả được ghi lại dưới đây :

A	8	10	10	10	8	9	9	9	10	8	10	10	8	8	9	9	9	10	10	10
B	10	10	9	10	9	9	9	10	10	10	10	10	7	10	6	6	10	9	10	10

a) Tính điểm trung bình của từng xạ thủ.

b) Có nhận xét gì về kết quả và khả năng của từng người.

2.BT TOÁN 7/2-B

Bài tập bổ sung

4.1. Tổng số áo sơ-mi mà một cửa hàng bán trong một ngày được thống kê lại trong bảng sau :

Cỡ áo	37	38	39	40	41
Số áo bán được	4	7	10	3	1

a) Số áo bán được là bao nhiêu ?

b) Mốt của dấu hiệu là :

(A) 41 ; (B) 10 ; (C) 39 ; (D) 25.

Hãy chọn phương án đúng.

4.2. Mật độ dân số của một số tỉnh, thành phố ở nước ta năm 2008 được cho trong bảng sau :

Đồng bằng sông Cửu Long			**Vùng Trung du và miền núi phía Bắc**		
Thứ tự	Tỉnh, thành phố	Mật độ dân số (người/km^2)	Thứ tự	Tỉnh, thành phố	Mật độ dân số (người/km^2)
1	Long An	320	1	Hà Giang	89
2	Tiền Giang	701	2	Cao Bằng	79
3	Bến Tre	576	3	Bắc Kạn	64
4	Trà Vinh	463	4	Tuyên Quang	127
5	Vĩnh Long	723	5	Lào Cai	94
6	Đồng Tháp	499	6	Yên Bái	109
7	An Giang	636	7	Thái Nguyên	325
8	Kiên Giang	272	8	Lạng Sơn	91
9	Cần Thơ	836	9	Bắc Giang	425
10	Hậu Giang	505	10	Phú Thọ	387
11	Sóc Trăng	393	11	Điện Biên	50
12	Bạc Liêu	321	12	Lai Châu	37
13	Cà Mau	235	13	Sơn La	73
			14	Hoà Bình	178

(*Nguồn :* Niên giám thống kê – 2008)

Mật độ dân số của một địa phương được tính bằng cách : lấy tổng số dân trung bình của địa phương đó (tại một thời điểm nhất định) chia cho diện tích của chính địa phương ấy (người/km^2).

a) Dấu hiệu ở đây là gì ?

b) Nhận xét chung về mật độ dân số ở hai vùng.

c) Tính mật độ dân số của từng vùng và so sánh.

Bài tập ôn chương III

14. Mười đội bóng tham gia một giải bóng đá. Mỗi đội đều phải đá lượt đi và lượt về với từng đội khác.

a) Có tất cả bao nhiêu trận trong toàn giải ?

b) Số bàn thắng trong các trận đấu của toàn giải được ghi lại ở bảng sau :

Số bàn thắng (x)	1	2	3	4	5	6	7	8	
Tần số (n)	12	16	20	12	8	6	4	2	N = 80

Hãy vẽ biểu đồ đoạn thẳng và nhận xét.

c) Có bao nhiêu trận không có bàn thắng ?

d) Tính số bàn thắng trung bình trong một trận của cả giải.

e) Tìm mốt.

15. Một bạn gieo (thảy) một con xúc xắc 60 lần. Kết quả được ghi lại là :

3	1	3	3	4	6	4	4	1	1	6	6	6	2	1	4	4	3	5	1
5	2	1	3	5	5	5	2	5	1	3	6	2	2	2	4	1	5	4	2
2	5	2	4	1	6	6	3	6	6	4	1	6	6	3	5	3	2	1	6

a) Dấu hiệu là gì ?

b) Lập bảng "tần số".

c) Vẽ biểu đồ.

d) Qua bảng "tần số" và biểu đồ, có nhận xét đặc biệt gì về tần số của các giá trị ?

Bài tập bổ sung

III.1. Số giờ nắng trong từng tháng năm 2008 của hai thành phố Hà Nội và Vũng Tàu được cho trong bảng sau :

Tháng	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Hà Nội	63	26	67	73	143	116	144	124	123	92	148	114
Vũng Tàu	209	211	286	249	203	223	240	196	152	208	164	168

(*Nguồn :* Niên giám thống kê – 2008)

a) Dấu hiệu ở đây là gì ?

b) Nhận xét chung về số giờ nắng qua các tháng ở từng thành phố.

c) Tính số giờ nắng trung bình hàng tháng của mỗi thành phố và so sánh.

III.2. Tỉ lệ tăng dân số năm 2008 của các nước thuộc khu vực Đông Nam Á được cho trong bảng sau :

Thứ tự	Nước	Tỉ lệ tăng dân số (%)
1	Bru-nây	1,6
2	Cam-pu-chia	1,8
3	Đông Ti-mo	3,2
4	In-đô-nê-xi-a	1,5
5	Lào	2,4
6	Ma-lai-xi-a	1,6
7	Mi-an-ma	0,9
8	Phi-lip-pin	2,1
9	Xin-ga-po	0,6
10	Thái Lan	0,5
11	Việt Nam	1,2

(*Nguồn :* Niên giám thống kê – 2008)

a) Dấu hiệu ở đây là gì ?

b) Nhận xét chung về tỉ lệ tăng dân số của các nước trong khu vực.

c) Vẽ biểu đồ (hình chữ nhật) đối với các nước In-đô-nê-xi-a, Xin-ga-po, Thái Lan, Ma-lai-xi-a, Việt Nam.

d) Tính tỉ lệ tăng dân số trung bình của toàn khu vực và so sánh với Việt Nam.

LỜI GIẢI, CHỈ DẪN, ĐÁP SỐ

§1. Thu thập số liệu thống kê, tần số

1. a) Có thể gặp lớp trưởng của từng lớp để lấy số liệu.

b) Dấu hiệu : số nữ học sinh trong một lớp.

Các giá trị khác nhau của dấu hiệu : 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 24, 25, 28.

Tần số tương ứng (tự tìm).

2. b) Có 30 bạn trả lời.

c) Dấu hiệu : màu sắc ưa thích nhất của mỗi bạn.

d) Có 9 màu được nêu ra : đỏ, vàng, hồng, tím sẫm, trắng, tím nhạt, xanh da trời, xanh lá cây, xanh nước biển.

e) Số bạn thích đối với từng màu (tự tìm).

3. Người đó phải lập danh sách gồm tên các chủ hộ theo một cột và một cột khác ghi lượng điện đã tiêu thụ tương ứng đối với từng hộ thì mới làm hoá đơn thu tiền cho từng hộ được.

Bài tập bổ sung

1.1. a) Số sách giáo khoa quyên góp được của một lớp.

b) 16, 30, 40, 41.

c) 19 lớp.

1.2. a) Tổng số chấm xuất hiện trên hai con xúc xắc.

b) 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12.

c) – Khi cả hai cùng xuất hiện mặt 1 chấm.

– Khi cả hai cùng xuất hiện mặt 6 chấm.

§2. Bảng "tần số" các giá trị của dấu hiệu

5. a) Có 26 buổi học trong tháng.

b) Dấu hiệu : số học sinh nghỉ học trong mỗi buổi.

c) Bảng "tần số" (tự lập bảng).

6. a) Dấu hiệu : số lỗi chính tả trong mỗi bài tập làm văn.

b) Có 40 bạn làm bài.

c) Bảng "tần số" (tự lập bảng).

Nhận xét :

- Không có bạn nào không mắc lỗi
- Số lỗi ít nhất : 1
- Số lỗi nhiều nhất : 10
- Số bài có từ 3 đến 6 lỗi chiếm tỉ lệ cao.

Bài tập bổ sung

2.1. a) (C).

b)

Giá trị (x)	3	4	5	6	7	8
Tần số (n)	1	1	7	6	3	2

2.2. a) Chưa đủ mà cần có bảng ghi đầy đủ tên từng trường cùng với số bài dân ca mà trường đó sưu tầm được.

b) Số bài dân ca sưu tầm được của một trường.

c)

Giá trị (x)	1	2	3	4	5	6
Tần số (n)	1	3	3	3	1	1

2.3. a) Thời gian chạy 100m của một vận động viên.

b)

Giá trị (x)	11	11,1	11,2	11,3	11,5	12
Tần số (n)	1	1	4	2	1	1

c) – Đạt tốc độ nhanh nhất với 11 giây.

– Đạt tốc độ chậm nhất với 12 giây.

– Thường chạy với tốc độ từ 11,2 hoặc 11,3 giây.

§3. Biểu đồ

10. a) Mỗi đội phải đá 18 trận.

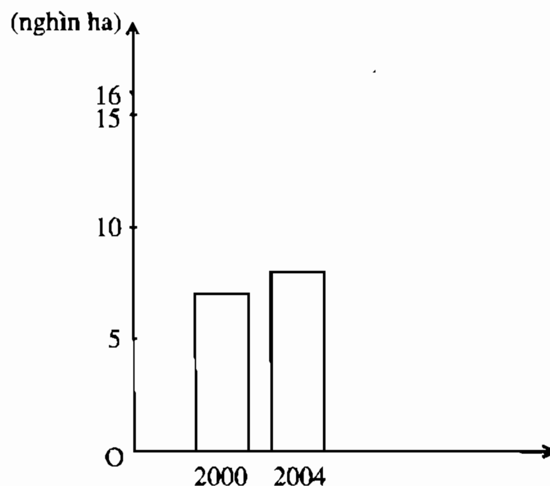
c) Có 2 trận đội bóng đó không ghi được bàn thắng. Không thể nói đội này đã thắng 16 trận.

Bài tập bổ sung

3.1. a) Diện tích rừng trồng tập trung trong một năm của tỉnh Quảng Ninh.

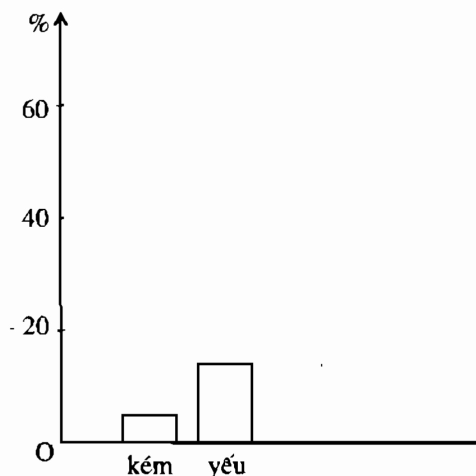
b) 13,2 nghìn ha.

c) Hướng dẫn vẽ :



d) Diện tích rừng trồng của tỉnh Quảng Ninh tăng dần từ năm này qua năm khác (không kể các năm 2001, 2002, 2003 vì không có số liệu).

3.2. Hướng dẫn vẽ



§4. Số trung bình cộng

11. Đáp số : $\overline{X} = 22,2$; $M_o = 18$.

12. Tính nhiệt độ trung bình của từng thành phố trong 20 năm :

Đối với thành phố A : $\overline{X} = 23,95^o C$.

Đối với thành phố B : $\overline{X} = 23,8^{o}C$.

Nhìn chung thành phố A nóng hơn thành phố B chút ít.

13. Đối với xạ thủ A : $\overline{X} = 9,2$.

Đối với xạ thủ B : $\overline{X} = 9,2$.

Tuy điểm trung bình bằng nhau song xạ thủ A bắn "chụm" hơn xạ thủ B.

Bài tập bổ sung

4.1. a) 25 cái áo.

b) (C).

4.2. a) Mật độ dân số của một tỉnh.

b) Mật độ dân số vùng Đồng bằng sông Cửu Long nói chung cao hơn so với vùng Trung du và miền núi phía Bắc.

c) – Mật độ dân số của vùng Đồng bằng sông Cửu Long : 498 người/km^2.

– Mật độ dân số của vùng Trung du và miền núi phía Bắc : 152 người/km^2.

Rõ ràng là mật độ dân số ở Đồng bằng sông Cửu Long cao hơn vùng Trung du và miền núi phía Bắc.

Bài tập ôn chương III

14. a) Có tất cả 90 trận.

(Nếu xếp 10 đội theo thứ tự từ thứ nhất đến thứ mười, ta có thể tính như sau : Đội thứ nhất đá với 9 đội còn lại trong 18 trận, vì số trận của đội thứ hai đá với đội thứ nhất là 2 trận, đã được tính nên đội này chỉ còn đá 16 trận, và như vậy đội thứ ba do đã đá với đội thứ nhất, đội thứ hai nên chỉ còn 14 trận,...).

c) Có 10 trận không có bàn thắng.

d) $\overline{X} = \dfrac{272}{90} \approx 3$ bàn.

e) $M_o = 3$.

15. a) Dấu hiệu : số chấm xuất hiện trong một lần gieo.

d) Tần số xuất hiện của các số chấm từ 1 đến 6 xấp xỉ nhau.

Bài tập bổ sung

III.1. a) Số giờ nắng trong một tháng thuộc năm 2008 ở Hà Nội, ở Vũng Tàu.

b) Nói chung, trong năm 2008 số giờ nắng ở Vũng Tàu không chênh lệch nhiều qua các tháng và thường cao hơn Hà Nội.

c) – Số giờ nắng trung bình hàng tháng ở Hà Nội : 102,8.

– Số giờ nắng trung bình hàng tháng ở Vũng Tàu : 209,1.

III.2. a) Tỉ lệ tăng dân số của một nước thuộc khu vực Đông Nam Á.

b) Tỉ lệ cao nhất là của Đông Ti-mo, tỉ lệ thấp nhất là của Thái Lan. Có nhiều nước có tỉ lệ trong khoảng từ 1% đến 2%.

c) Hướng dẫn vẽ biểu đồ :



d) Tỉ lệ tăng dân số trung bình trong khu vực là 1,58%. So với tỉ lệ đó thì tỉ lệ tăng dân số ở Việt Nam thấp hơn.

Chương IV. BIỂU THỨC ĐẠI SỐ

ĐỀ BÀI

§1. Khái niệm về biểu thức đại số

1. Viết các biểu thức đại số để diễn đạt các ý sau :

a) Tổng của a và b bình phương.

b) Tổng các bình phương của a và b.

c) Bình phương của tổng a và b.

2. Dùng các thuật ngữ "tổng", "hiệu", "tích", "thương", "bình phương",... để đọc các biểu thức sau :

a) $x + 10$; b) $3x^2$; c) $(x + 2)(x - 2)$.

3. Viết biểu thức đại số để biểu thị :

a) Diện tích hình chữ nhật có hai cạnh liên tiếp là 5cm và a (cm).

b) Chu vi hình chữ nhật có hai cạnh liên tiếp là a (cm) và b (cm).

4. Viết biểu thức đại số để biểu thị :

a) Quãng đường đi được của một ô tô trong thời gian t giờ với vận tốc 35 km/h.

b) Diện tích hình thang có đáy lớn là a (m), đáy bé b (m) và đường cao h (m).

5. Viết biểu thức đại số biểu diễn :

a) Một số tự nhiên chẵn ;

b) Một số tự nhiên lẻ ;

c) Hai số lẻ liên tiếp ;

d) Hai số chẵn liên tiếp.

Bài tập bổ sung

1.1. Viết biểu thức đại số để biểu thị hiệu các bình phương của x và y.

1.2. Viết biểu thức đại số để biểu thị tích của x bình phương với hiệu của x và y.

§2. Giá trị của một biểu thức đại số

6. Cho biểu thức $5x^2 + 3x - 1$. Tính giá trị của biểu thức tại :

a) $x = 0$; b) $x = -1$; c) $x = \frac{1}{3}$.

7. Tính giá trị của các biểu thức sau :

a) $3x - 5y + 1$ tại $x = \frac{1}{3}$; $y = -\frac{1}{5}$;

b) $3x^2 - 2x - 5$ tại $x = 1$; $x = -1$; $x = \frac{5}{3}$;

c) $x - 2y^2 + z^3$ tại $x = 4$; $y = -1$; $z = -1$.

8. Tính giá trị của các biểu thức sau :

a) $x^2 - 5x$ tại $x = 1$; $x = -1$; $x = \frac{1}{2}$

b) $3x^2 - xy$ tại $x = -3$; $y = -5$

c) $5 - xy^3$ tại $x = 1$; $y = -3$.

9. Tính giá trị của các biểu thức sau :

a) $x^5 - 5$ tại $x = -1$;

b) $x^2 - 3x - 5$ tại $x = 1$; $x = -1$.

10. Một mảnh vườn hình chữ nhật có chiều dài x(m), chiều rộng y(m) (x, y > 4). Người ta mở một lối đi xung quanh vườn (thuộc đất của vườn) rộng 2m.

a) Hỏi chiều dài, chiều rộng của khu đất còn lại để trồng trọt là bao nhiêu (m) ?

b) Tính diện tích khu đất trồng trọt biết x = 15m, y = 12m.

11. Điền vào bảng sau :

Biểu thức	Giá trị biểu thức tại				
	$x = -2$	$x = -1$	$x = 0$	$x = 1$	$x = 2$
$3x - 5$					
x^2					
$x^2 - 2x + 1$					

12. Có một vòi chảy vào một bể chứa nước, mỗi phút được x lít nước. Cùng lúc đó một vòi khác chảy từ bể ra. Mỗi phút lượng nước chảy ra bằng $\frac{1}{3}$ lượng nước chảy vào.

a) Hãy biểu thị số nước có thêm trong bể sau khi đồng thời mở cả hai vòi trên trong a phút.

b) Tính số nước có thêm trong bể trên biết x = 30 ; a = 50.

Bài tập bổ sung

2.1. Tính giá trị của biểu thức $2x^4 - 5y$ tại $x = -2$; $y = 4$.

2.2. Giá trị của biểu thức $x^5 - y^5$ tại $x = 1$; $y = -1$ là :

(A) –1 ; (B) 0 ; (C) 1 ; (D) 2.

Hãy chọn phương án đúng.

§3. Đơn thức

13. Trong các biểu thức sau, biểu thức nào là đơn thức :

a) $\frac{3}{4}$; b) $\frac{1}{2}x^2yz$; c) $3 + x^2$; d) $3x^2$.

14. Cho 5 ví dụ về đơn thức bậc 4 có các biến là x, y, z.

15. Cho các chữ x, y. Lập hai biểu thức đại số mà :

– Một biểu thức là đơn thức

– Một biểu thức không phải là đơn thức.

16. Thu gọn các đơn thức và chỉ ra phần hệ số của chúng :

a) $5x^2.3xy^2$; b) $\frac{1}{4}(x^2y^3)^2.(-2xy)$

17. Viết các đơn thức sau dưới dạng thu gọn :

a) $-\frac{2}{3}xy^2z.(-3x^2y)^2$; b) $x^2yz.(2xy)^2z$.

18. Tính giá trị của các đơn thức sau :

a) $5x^2y^2$ tại $x = -1$; $y = -\frac{1}{2}$

b) $-\frac{1}{2}x^2y^3$ tại $x = 1$; $y = -2$

c) $\frac{2}{3}x^2y$ tại $x = -3$; $y = -1$.

Bài tập bổ sung

3.1. Tính tích các đơn thức sau và tìm bậc của đơn thức thu được :

a) $4xy^2$ và $-\frac{3}{4}(x^2y)^3$; b) $\frac{1}{6}x(2y^3)^2$ và $-9x^5y$.

3.2. Bậc của đơn thức $3y^2(2y^2)^3y$ sau khi đã thu gọn là :

(A) 6 ; (B) 7 ; (C) 8 ; (D) 9.

Hãy chọn phương án đúng.

§4. Đơn thức đồng dạng

19. Hãy xếp các đơn thức sau thành nhóm các đơn thức đồng dạng với nhau :

$-5x^2yz$; $3xy^2z$; $\frac{2}{3}x^2yz$; $10x^2y^2z$; $-\frac{2}{3}xy^2z$; $\frac{5}{7}x^2y^2z$.

20. Các cặp đơn thức sau có đồng dạng hay không ?

a) $\frac{2}{3}x^2y$ và $-\frac{2}{3}x^2y$;

b) $2xy$ và $\frac{3}{4}xy$;

c) $5x$ và $5x^2$.

21. Tính tổng :

a) $x^2 + 5x^2 + (-3x^2)$;

b) $5xy^2 + \frac{1}{2}xy^2 + \frac{1}{4}xy^2 + \left(-\frac{1}{2}\right)xy^2$;

c) $3x^2y^2z^2 + x^2y^2z^2$.

22. Tính :

a) $xyz - 5xyz$;

b) $x^2 - \frac{1}{2}x^2 - 2x^2$.

23. Điền đơn thức thích hợp vào ô trống :

a) $\square + 5xy = -3xy$;

b) $\square + \square - x^2z = 5x^2z$.

Bài tập bổ sung

4.1. Viết bốn đơn thức đồng dạng với đơn thức $-2x^3y^5$ rồi tính tổng của năm đơn thức đó.

4.2. Khẳng định nào sau đây là **sai** ?

(A) $3x^2y^3$ và $3x^3y^2$ là hai đơn thức đồng dạng ;

(B) $-3x^2y^3$ và $3x^2y^3$ là hai đơn thức đồng dạng ;

(C) $(xy)^2$ và $3x^2y^2$ là hai đơn thức đồng dạng ;

(D) $-2(xy)^3$ và $5x^3y^3$ là hai đơn thức đồng dạng.

§5. Đa thức

24. Lập biểu thức đại số chứa các biến x, y, z mà :

a) Biểu thức đó vừa là đơn thức vừa là đa thức ;

b) Là đa thức nhưng không phải là đơn thức.

25. Tính giá trị các đa thức sau :

a) $5xy^2 + 2xy - 3xy^2$ tại $x = -2$; $y = -1$

b) $x^2y^2 + x^4y^4 + x^6y^6$ tại $x = 1$; $y = -1$.

26. Thu gọn các đa thức sau :

a) $2x^2yz + 4xy^2z - 5x^2yz + xy^2z - xyz$

b) $x^3 - 5xy + 3x^3 + xy - x^2 + \frac{1}{2}xy - x^2$.

27. Thu gọn các đa thức sau :

a) $x^6 + x^2y^5 + xy^6 + x^2y^5 - xy^6$

b) $\frac{1}{2}x^2y^3 - x^2y^3 + 3x^2y^2z^2 - z^4 - 3x^2y^2z^2$.

28. Viết đa thức $x^5 + 2x^4 - 3x^2 - x^4 + 1 - x$ thành :

a) Tổng của hai đa thức

b) Hiệu của hai đa thức.

Bài tập bổ sung

5.1. Thu gọn rồi tìm bậc của đa thức

$x^3y^4 - 5y^8 + x^3y^4 + xy^4 + x^3 - y^2 - xy^4 + 5y^8$.

5.2. Thu gọn đa thức $x^3 - 5y^2 + x + x^3 - y^2 - x$ ta được:

(A) $x^6 - 6y^4$; (B) $x^6 - 4y^4$; (C) $2x^3 - 6y^2$; (D) $2x^3 - 4y^2$.

Hãy chọn phương án đúng.

§6. Cộng, trừ đa thức

29. Tìm đa thức A biết :

a) $A + (x^2 + y^2) = 5x^2 + 3y^2 - xy$

b) $A - (xy + x^2 - y^2) = x^2 + y^2$.

30. Cho hai đa thức : $M = x^2 - 2yz + z^2$

$N = 3yz - z^2 + 5x^2$.

a) Tính M + N

b) Tính M – N ; N – M.

31. Tính tổng của hai đa thức sau :

a) $5x^2y - 5xy^2 + xy$ và $xy - x^2y^2 + 5xy^2$;

b) $x^2 + y^2 + z^2$ và $x^2 - y^2 + z^2$.

32. Tính giá trị của các đa thức sau :

a) $xy + x^2y^2 + x^3y^3 + x^4y^4 + ... + x^{10}y^{10}$ tại $x = -1$; $y = 1$;

b) $xyz + x^2y^2z^2 + x^3y^3z^3 + ... + x^{10}y^{10}z^{10}$ tại $x = 1$; $y = -1$; $z = -1$.

33. Tìm các cặp giá trị x, y để các đa thức sau nhận giá trị bằng 0 :

a) $2x + y - 1$; b) $x - y - 3$.

Bài tập bổ sung

6.1. Cho các đa thức

$P = 3x^2y - 2x + 5xy^2 - 7y^2$ và $Q = 3xy^2 - 7y^2 - 9x^2y - x - 5$.

Tìm đa thức M sao cho

a) $M = P + Q$;

b) $M = Q - P$.

6.2. Giá trị của đa thức $xy - x^2y^2 + x^3y^3 - x^4y^4 + x^5y^5 - x^6y^6$ tại $x = -1$; $y = 1$ là :

(A) 0 ; (B) −1 ; (C) 1 ; (D) −6.

Hãy chọn phương án đúng.

§7. Đa thức một biến

34. Cho ví dụ về một đa thức một biến mà :

a) Có hệ số cao nhất bằng 10, hệ số tự do bằng −1 ;

b) Chỉ có ba hạng tử.

35. Thu gọn các đa thức sau và sắp xếp theo luỹ thừa giảm của biến :

a) $x^5 - 3x^2 + x^4 - \frac{1}{2}x - x^5 + 5x^4 + x^2 - 1$;

b) $x - x^9 + x^2 - 5x^3 + x^6 - x + 3x^9 + 2x^6 - x^3 + 7$.

36. Thu gọn và sắp xếp các số hạng của đa thức theo luỹ thừa tăng của biến. Tìm hệ số cao nhất, hệ số tự do :

a) $x^7 - x^4 + 2x^3 - 3x^4 - x^2 + x^7 - x + 5 - x^3$;

b) $2x^2 - 3x^4 - 3x^2 - 4x^5 - \frac{1}{2}x - x^2 + 1$.

37. Tính giá trị của các đa thức sau :

a) $x^2 + x^4 + x^6 + x^8 + ... + x^{100}$ tại $x = -1$;

b) $ax^2 + bx + c$ tại $x = -1$; $x = 1$ (a, b, c là hằng số).

Bài tập bổ sung

7.1. Cho $f(x) = x^5 + 3x^2 - 5x^3 - x^7 + x^3 + 2x^2 + x^5 - 4x^2 + x^7$;

$g(x) = x^4 + 4x^3 - 5x^8 - x^7 + x^3 + x^2 - 2x^7 + x^4 - 4x^2 - x^8$.

Thu gọn và sắp xếp các đa thức f(x) và g(x) theo luỹ thừa giảm của biến rồi tìm bậc của các đa thức đó.

7.2. Giá trị của đa thức $x + x^3 + x^5 + x^7 + x^9 + ... + x^{101}$ tại $x = -1$ là :

(A) – 101 ; (B) –100 ; (C) –51 ; (D) –50.

Hãy chọn phương án đúng.

§8. Cộng, trừ đa thức một biến

38. Tính f(x) + g(x) với :

$$f(x) = x^5 - 3x^2 + x^3 - x^2 - 2x + 5$$

$$g(x) = x^2 - 3x + 1 + x^2 - x^4 + x^5.$$

39. Tính f(x) – g(x) với :

$$f(x) = x^7 - 3x^2 - x^5 + x^4 - x^2 + 2x - 7$$

$$g(x) = x - 2x^2 + x^4 - x^5 - x^7 - 4x^2 - 1.$$

40. Cho các đa thức :

$$f(x) = x^4 - 3x^2 + x - 1$$

$$g(x) = x^4 - x^3 + x^2 + 5.$$

Tìm đa thức h(x) sao cho :

a) f(x) + h(x) = g(x) ;

b) f(x) – h(x) = g(x).

41. Cho các đa thức :

$$f(x) = a_n x^n + a_{n-1}x^{n-1} + ... + a_1 x + a_0$$

$$g(x) = b_n x^n + b_{n-1}x^{n-1} + ... + b_1 x + b_0.$$

a) Tính f(x) + g(x)

b) Tính f(x) – g(x).

42. Tính f(x) + g(x) – h(x) biết :

$$f(x) = x^5 - 4x^3 + x^2 - 2x + 1$$

$$g(x) = x^5 - 2x^4 + x^2 - 5x + 3$$

$$h(x) = x^4 - 3x^2 + 2x - 5.$$

Bài tập bổ sung

8.1. Cho $f(x) = x^2 + 2x^3 - 7x^5 - 9 - 6x^7 + x^3 + x^2 + x^5 - 4x^2 + 3x^7$;

$g(x) = x^5 + 2x^3 - 5x^8 - x^7 + x^3 + 4x^2 - 5x^7 + x^4 - 4x^2 - x^6 - 12$;

$h(x) = x + 4x^5 - 5x^6 - x^7 + 4x^3 + x^2 - 2x^7 + x^6 - 4x^2 - 7x^7 + x$.

a) Thu gọn và sắp xếp các đa thức trên theo luỹ thừa tăng của biến.

b) Tính f(x) + g(x) – h(x).

8.2. Thu gọn đa thức $(4x^3 + 2x^2 - 1) - (4x^3 - x^2 + 1)$ ta được :

(A) x^2 ; (B) $x^2 - 2$; (C) $3x^2 - 2$; (D) $8x^3 + x^2$.

Hãy chọn phương án đúng.

§9. Nghiệm của đa thức một biến

43. Cho đa thức $f(x) = x^2 - 4x - 5$. Chứng tỏ rằng x = –1 ; x = 5 là hai nghiệm của đa thức đó.

44. Tìm nghiệm của các đa thức sau :

a) 2x + 10 ; b) $3x - \frac{1}{2}$; c) $x^2 - x$.

45. Tìm nghiệm của các đa thức sau :

a) (x – 2)(x + 2) ; b) $(x - 1)(x^2 + 1)$.

46. Chứng tỏ rằng nếu a + b + c = 0 thì x = 1 là một nghiệm của đa thức $ax^2 + bx + c$.

47. Chứng tỏ rằng nếu $a - b + c = 0$ thì $x = -1$ là một nghiệm của đa thức $ax^2 + bx + c$.

48. Tìm một nghiệm của đa thức f(x) biết

a) $f(x) = x^2 - 5x + 4$; b) $f(x) = 2x^2 + 3x + 1$.

49. Chứng tỏ rằng đa thức $x^2 + 2x + 2$ không có nghiệm.

50. Đố em tìm được số mà :

a) Bình phương của nó bằng chính nó

b) Lập phương của nó bằng chính nó.

Bài tập bổ sung

9.1. Chứng tỏ rằng $x = 0$; $x = -\frac{1}{2}$ là các nghiệm của đa thức $5x + 10x^2$.

9.2. Khẳng định nào sau đây là đúng ?

(A) Đa thức $5x^5$ không có nghiệm ;

(B) Đa thức $x^2 - 2$ không có nghiệm ;

(C) Đa thức $x^2 + 2$ có nghiệm $x = -1$;

(D) Đa thức x có nghiệm $x = 0$.

Bài tập ôn chương IV

51. Tính giá trị các biểu thức sau tại $x = 1$; $y = -1$; $z = 3$:

a) $(x^2y - 2x - 2z)xy$; b) $xyz + \frac{2x^2y}{y^2 + 1}$.

52. Viết một biểu thức đại số chứa x, y thoả mãn một trong các điều sau :

a) Là đơn thức

b) Chỉ là đa thức nhưng không phải là đơn thức.

53. Hãy điền thêm một đơn thức vào ô trống để được tích của hai ô liền nhau là một đơn thức đồng dạng với đơn thức ở ô tương ứng :

xy	...	⟶	$5x^2y$
xy	...	⟶	$15x^3y^2$
xy	...	⟶	$-x^2y$
xy	...	⟶	$-\frac{1}{2}xy^3$

54. Thu gọn các đơn thức sau rồi tìm hệ số của nó :

a) $\left(-\frac{1}{3}xy\right).(3x^2yz^2)$;

b) $-54y^2.bx$ (b là hằng số) ;

c) $-2x^2y.\left(-\frac{1}{2}\right)^2.x(y^2z)^3$.

55. Cho hai đa thức : $f(x) = x^5 - 3x^2 + 7x^4 - 9x^3 + x^2 - \frac{1}{4}x$

$$g(x) = 5x^4 - x^5 + x^2 - 2x^3 + 3x^2 - \frac{1}{4}.$$

Tính f(x) + g(x) và f(x) – g(x).

56. Cho đa thức :

$$f(x) = -15x^3 + 5x^4 - 4x^2 + 8x^2 - 9x^3 - x^4 + 15 - 7x^3.$$

a) Thu gọn đa thức trên ;

b) Tính f(1) ; f(–1).

57. Chọn số là nghiệm của đa thức :

a) $3x - 9$

–3	0	3

b) $-3x - \frac{1}{2}$

$-\frac{1}{6}$	$-\frac{1}{3}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{3}$

c) $-17x - 34$

–2	–1	1	2

d) $x^2 - 8x + 12$

– 6	–1	1	6

e) $x^2 - x + \frac{1}{4}$

–1	0	$\frac{1}{2}$	1

LỜI GIẢI, CHỈ DẪN, ĐÁP SỐ

§1. Khái niệm về biểu thức đại số

1. a) $a + b^2$; b) $a^2 + b^2$; c) $(a + b)^2$.

2. a) Tổng của x và 10.

b) Tích của 3 với x bình phương.

c) Tích của tổng hai số x và 2 với hiệu của chúng.

3. a) $5a$ (cm^2) ; b) $2(a + b)$ (cm).

4. a) $35t$ (km) ; b) $\frac{1}{2}(a+b)h$ (m^2).

5. a) $2k$; b) $2k + 1$;

c) $2k + 1$ và $2k + 3$; d) $2k$ và $2k + 2$

$(k \in \mathbf{N})$.

Bài tập bổ sung

1.1. $x^2 - y^2$.

1.2. $x^2(x - y)$.

§2. Giá trị của một biểu thức đại số

6. a) -1 ; b) 1 ; c) $\frac{5}{9}$.

7. a) 3.

b) Giá trị của biểu thức tại $x = 1$, $x = -1$, $x = \frac{5}{3}$ lần lượt là : -4 ; 0 ; 0.

c) 1.

8. a) Giá trị của biểu thức tại $x = 1$; $x = -1$; $x = \frac{1}{2}$ lần lượt là : -4 ; 6 ; $-\frac{9}{4}$;

b) 12 ; c) 32.

9. a) -6.

b) Giá trị của biểu thức tại $x = 1$, $x = -1$ lần lượt là : -7 ; -1.

10. a) Chiều dài và chiều rộng của khu đất còn lại để trồng trọt lần lượt là $(x - 4)$m và $(y - 4)$m.

b) $88m^2$.

11. Ta có bảng sau :

Biểu thức	Giá trị biểu thức tại				
	$x = -2$	$x = -1$	$x = 0$	$x = 1$	$x = 2$
$3x - 5$	**−11**	**−8**	**−5**	**−2**	**1**
x^2	**4**	**1**	**0**	**1**	**4**
$x^2 - 2x + 1$	**9**	**4**	**1**	**0**	**1**

12. a) $\frac{2ax}{3}$ (lít) ; b) 1000 (lít).

Bài tập bổ sung

2.1. 12.

2.2. (D).

§3. Đơn thức

13. a), b), d) là đơn thức ; c) không phải là đơn thức.

14. Có nhiều đáp số, chẳng hạn :

a) $\frac{1}{2}xy^2z$; b) $2xy^2z$; c) $-xyz^2$;

d) $\frac{3}{4}x^2yz$; e) $-\frac{1}{3}x^2yz$.

15. Chẳng hạn biểu thức là đơn thức : $3xy^2$;

Biểu thức không phải là đơn thức : $x^2 + y - 1$.

16. a) $15x^3y^2$. Vậy 15 là hệ số.

b) $\frac{1}{4}(x^2y^3)^2.(-2xy) = -\frac{1}{2}x^5y^7$. Vậy $-\frac{1}{2}$ là hệ số.

17. a) $-6x^5y^4z$; b) $4x^4y^3z^2$.

18. a) $\frac{5}{4}$; b) 4 ; c) – 6.

Bài tập bổ sung

3.1. a) $-3x^7y^5$, đơn thức có bậc là 12.

b) $-6x^6y^7$, đơn thức có bậc là 13.

3.2. (D).

§4. Đơn thức đồng dạng

19. $-5x^2yz$ và $\frac{2}{3}x^2yz$

$3xy^2z$ và $-\frac{2}{3}xy^2z$

$10x^2y^2z$ và $\frac{5}{7}x^2y^2z$.

20. a), b) có ; c) không.

21. a) $3x^2$; b) $\frac{21}{4}xy^2$; c) $4x^2y^2z^2$.

22. a) $-4xyz$; b) $-\frac{3}{2}x^2$.

23. a) $\boxed{-8xy} + 5xy = -3xy$

b) Có nhiều đáp số, chẳng hạn : $\boxed{4x^2z} + \boxed{2x^2z} - x^2z = 5x^2z$.

Bài tập bổ sung

4.2. (A).

§5. Đa thức

24. Chẳng hạn :

a) $5x^2yz$; b) $x^2 + yz$.

25. a) 0 ; b) 3.

26. a) $-3x^2yz + 5xy^2z - xyz$; b) $4x^3 - 2x^2 - \frac{7}{2}xy$.

27. a) $x^6 + 2x^2y^5$; b) $-\frac{1}{2}x^2y^3 - z^4$.

28. Có nhiều cách viết, chẳng hạn :

a) $x^5 + 2x^4 - 3x^2 - x^4 + 1 - x = (x^5 + x^4 - x^3) + (x^3 - 3x^2 - x + 1)$

b) Tương tự.

Bài tập bổ sung

5.1. $2x^3y^4 + x^3 - y^2$, đa thức có bậc là 7.

5.2. (C).

§6. Cộng, trừ đa thức

29. a) $A = 4x^2 + 2y^2 - xy$; b) $A = 2x^2 + xy$.

30. a) $M + N = 6x^2 + yz$

b) $M - N = -4x^2 - 5yz + 2z^2$

$N - M = 4x^2 + 5yz - 2z^2$.

31. a) $5x^2y + 2xy - x^2y^2$; b) $2x^2 + 2z^2$.

32. a) $xy + x^2y^2 + x^3y^3 + x^4y^4 + ... + x^{10}y^{10} = xy + (xy)^2 + (xy)^3 + ... + (xy)^{10}$.

Với $x = -1$, $y = 1$ thì xy có giá trị là -1.

Giá trị của biểu thức là 0.

b) $xyz + x^2y^2z^2 + ... + x^{10}y^{10}z^{10} = (xyz) + (xyz)^2 + ... + (xyz)^{10}$.

Khi $x = 1$; $y = -1$; $z = -1$ thì xyz có giá trị là $1.(-1).(-1) = 1$.

Giá trị của biểu thức là 10.

33. Có nhiều đáp số, chẳng hạn :

a) $(x = 1, y = -1)$; $(x = 0, y = 1)$

b) $(x = 0, y = -3)$; $(x = 2, y = -1)$.

Bài tập bổ sung

6.1. a) $M = 8xy^2 - 6x^2y - 3x - 14y^2 - 5$.

b) $M = -2xy^2 - 12x^2y + x - 5$.

6.2. (D).

§7. Đa thức một biến

34. Có nhiều đáp số, chẳng hạn :

a) $10x^5 + x - 1$; $10x^5 - x^3 + x^2 - 1$

b) $4x^5 - x^4 + 2x^3$; $x^5 - x^2 + x$.

35. a) $6x^4 - 2x^2 - \frac{1}{2}x - 1$; b) $2x^9 + 3x^6 - 6x^3 + x^2 + 7$.

36. a) $5 - x - x^2 + x^3 - 4x^4 + 2x^7$.

Hệ số cao nhất : 2. Hệ số tự do : 5.

b) $1 - \frac{1}{2}x - 2x^2 - 3x^4 - 4x^5$.

Hệ số cao nhất : – 4. Hệ số tự do : 1.

37. a) $(-1)^2 + (-1)^4 + (-1)^6 + ... + (-1)^{100} = \underbrace{1 + 1 + ... + 1}_{\text{50 số hạng}} = 50$

b) $a - b + c$ tại $x = -1$

$a + b + c$ tại $x = 1$.

Bài tập bổ sung

7.1. $f(x) = 2x^5 - 4x^3 + x^2$, đa thức có bậc là 5.

$g(x) = -6x^8 - 3x^7 + 2x^4 + 5x^3 - 3x^2$, đa thức có bậc là 8.

7.2. (C).

§8. Cộng, trừ đa thức một biến

38. $f(x) + g(x) = 2x^5 - x^4 + x^3 - 2x^2 - 5x + 6$.

39. $f(x) - g(x) = 2x^7 + 2x^2 + x - 6$.

40. a) $f(x) + h(x) = g(x)$

$$h(x) = g(x) - f(x) = -x^3 + 4x^2 - x + 6.$$

b) $h(x) = f(x) - g(x) = x^3 - 4x^2 + x - 6$.

41. a) $f(x)+g(x)=(a_n+b_n)x^n+(a_{n-1}+b_{n-1})x^{n-1}+...+(a_1+b_1)x+a_0+b_0$

b) $f(x)-g(x)=(a_n-b_n)x^n+(a_{n-1}-b_{n-1})x^{n-1}+...+(a_1-b_1)x+a_0-b_0$.

42. $f(x) + g(x) - h(x) = 2x^5-3x^4-4x^3+5x^2-9x+9$.

Bài tập bổ sung

8.1. a)

$f(x) = -9 - 2x^2 + 3x^3 - 6x^5 - 3x^7$;

$g(x) = -12 + 3x^3 + x^4 + x^5 - x^6 - 6x^7 - 5x^8$;

$h(x) = 2x - 3x^2 + 4x^3 + 4x^5 - 4x^6 - 10x^7$.

b) $f(x) + g(x) - h(x) = -21 - 2x + x^2 + 2x^3 + x^4 - 9x^5 + 3x^6 + x^7 - 5x^8$.

8.2. (C).

§9. Nghiệm của đa thức một biến

43. $f(x)=x^2-4x-5$

$x=-1$ là một nghiệm của f(x) vì $f(-1) = (-1)^2-4(-1)-5 = 1+4-5 = 0$.

$x = 5$ là một nghiệm của f(x) vì $f(5)=5^2-4.5-5=25-20-5=0$.

44. a) $x = -5$ là một nghiệm của đa thức $2x + 10$, vì $2.(-5) + 10 = 0$.

b) $x=\frac{1}{6}$ là một nghiệm của đa thức $3x-\frac{1}{2}$ vì $3.\frac{1}{6}-\frac{1}{2}=0$.

c) $x = 0$; $x = 1$ là hai nghiệm của đa thức x^2-x.

45. a) $x = 2$; $x = -2$ là hai nghiệm của đa thức.

b) $x = 1$ là nghiệm của đa thức $(x-1)(x^2+1)$.

46. Đặt $f(x) = ax^2 + bx + c \Rightarrow f(1) = a + b + c$

mà $a + b + c = 0$ (theo gt)

nên $f(1) = 0 \Rightarrow x = 1$ là một nghiệm của đa thức ax^2+bx+c.

47. Đặt $f(x) = ax^2 + bx + c \Rightarrow f(-1)=a(-1)^2+b(-1)+c=a-b+c$

mà $a - b + c = 0$ (theo gt)

nên $f(-1) = 0 \Rightarrow x = -1$ là một nghiệm của đa thức ax^2+bx+c.

48. a) 1 ; b) -1.

49. $x^2 + 2x + 2 = (x+1)^2 + 1$ mà $(x+1)^2 \geq 0$ với $\forall x \in \mathbf{R}$

và $1 > 0$ nên $(x+1)^2 + 1 > 0$ với $\forall x \in \mathbf{R} \Rightarrow$ đa thức trên không có nghiệm.

50. a) 0 ; 1

b) 0 ; 1 ; -1.

Bài tập bổ sung

9.1. Tính giá trị của đa thức tại $x = 0$; $x = -\frac{1}{2}$.

9.2. (D).

Bài tập ôn chương IV

51. a) 9 ; b) -4.

52. Có nhiều đáp số, chẳng hạn : a) xy ; b) x + y.

53. Có nhiều đáp số.

54. a) $-x^3y^2z^2$, hệ số là -1 ; b) $-54bxy^2$, hệ số là $-54b$;

c) $-\frac{1}{2}x^3y^7z^3$, hệ số là $-\frac{1}{2}$.

55. $f(x) + g(x) = 12x^4 - 11x^3 + 2x^2 - \frac{1}{4}x - \frac{1}{4}$

$f(x) - g(x) = 2x^5 + 2x^4 - 7x^3 - 6x^2 - \frac{1}{4}x + \frac{1}{4}$.

56. a) $f(x) = 4x^4 - 31x^3 + 4x^2 + 15$; b) $f(1) = -8$; $f(-1) = 54$.

57. a) 3 ; b) $-\frac{1}{6}$; c) -2 ; d) 6 ; e) $\frac{1}{2}$.

PHẦN HÌNH HỌC

Chương III. QUAN HỆ GIỮA CÁC YẾU TỐ TRONG TAM GIÁC. CÁC ĐƯỜNG ĐỒNG QUY TRONG TAM GIÁC

ĐỀ BÀI

§1. Quan hệ giữa góc và cạnh đối diện trong một tam giác

1. So sánh các góc của tam giác ABC biết rằng AB = 5cm, BC = 5cm, AC = 3cm.

2. So sánh các cạnh của tam giác ABC biết rằng $\widehat{A} = 80^\circ$, $\widehat{C} = 40^\circ$.

3. Cho tam giác ABC có $\widehat{B} > 90^\circ$, điểm D nằm giữa B và C. Chứng minh rằng $AB < AD < AC$.

4. Điền dấu "×" vào chỗ trống thích hợp :

Câu	Đúng	Sai
1. Trong một tam giác vuông, cạnh đối diện với góc vuông là cạnh lớn nhất.	...	...
2. Trong một tam giác tù, cạnh đối diện với góc tù là cạnh lớn nhất.	...	...
3. Trong một tam giác, đối diện với cạnh nhỏ nhất là góc nhọn.	...	...
4. Trong một tam giác, đối diện với cạnh lớn nhất là góc tù.	...	...

5. Cho tam giác ABC vuông tại A, điểm K nằm giữa A và C. So sánh các độ dài BK, BC.

6. Cho tam giác ABC vuông tại A, tia phân giác của góc B cắt AC ở D. So sánh các độ dài AD, DC.

7*. Cho tam giác ABC có AB < AC. Gọi M là trung điểm của BC. So sánh $\widehat{BAM}$ và $\widehat{MAC}$.

8*. Cho tam giác ABC có AB < AC. Tia phân giác của góc A cắt BC ở D. So sánh các độ dài BD, DC.

9*. Chứng minh rằng nếu một tam giác vuông có một góc nhọn bằng 30^o thì cạnh góc vuông đối diện với nó bằng nửa cạnh huyền.

10*. Chứng minh định lí "Trong một tam giác, cạnh đối diện với góc lớn hơn là cạnh lớn hơn" theo gợi ý sau :

Cho tam giác ABC có $\hat{B} > \hat{C}$.

a) Có thể xảy ra AC < AB hay không ?

b) Có thể xảy ra AC = AB hay không ?

Bài tập bổ sung

1.1. Tam giác ABC có $\hat{A}$ là góc tù, $\hat{B} > \hat{C}$. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng ?

(A) AB > AC > BC ;　　　　(B) AC > AB > BC ;

(C) BC > AB > AC ;　　　　(D) BC > AC > AB.

1.2. Tam giác ABC có AB = 5cm, BC = 6cm và AC = 7cm. Gọi $\hat{A}_1$, $\hat{B}_1$, $\hat{C}_1$ theo thứ tự là góc ngoài tại đỉnh A, B, C của tam giác đó. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng ?

(A) $\hat{A}_1 > \hat{B}_1 > \hat{C}_1$;　　　　(B) $\hat{B}_1 > \hat{C}_1 > \hat{A}_1$;

(C) $\hat{C}_1 > \hat{A}_1 > \hat{B}_1$;　　　　(D) $\hat{C}_1 > \hat{B}_1 > \hat{A}_1$.

1.3. So sánh các cạnh của một tam giác cân, biết rằng nó có một góc ngoài bằng 40^o.

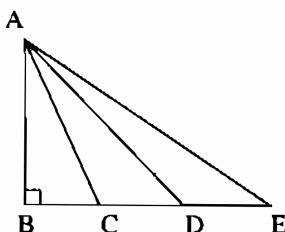
1.4. Cho tam giác ABC với AB ≤ AC. Trên cạnh BC lấy một điểm M bất kì khác B và C. Chứng minh rằng AM < AC.

1.5. Cho tam giác ABC với AB ≤ BC ≤ CA. Trên các cạnh BC và AC lần lượt lấy hai điểm M và N (khác A, B, C). Chứng minh rằng MN < AC.

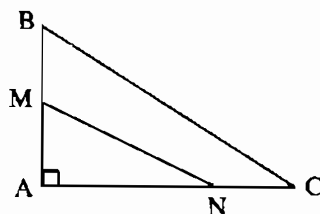
1.6. Cho tam giác ABC có góc A tù. Trên cạnh AB lấy điểm D (khác A và B), trên cạnh AC lấy điểm E (khác A và C). Chứng minh rằng DE < BC.

§2. Quan hệ giữa đường vuông góc và đường xiên, đường xiên và hình chiếu

11. Cho hình 1. So sánh các độ dài AB, AC, AD, AE.



Hình 1



Hình 2

12. Cho hình 2. Chứng minh rằng MN < BC.

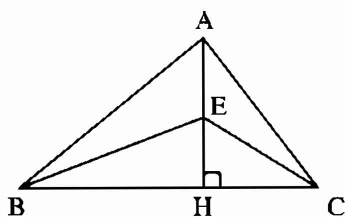
13. Cho tam giác ABC cân tại A có AB = AC = 10cm, BC = 12cm. Vẽ cung tròn tâm A có bán kính 9cm. Cung đó có cắt đường thẳng BC hay không, có cắt cạnh BC hay không ? Vì sao ?

14. Cho tam giác ABC, điểm D nằm giữa A và C (BD không vuông góc với AC). Gọi E và F là chân các đường vuông góc kẻ từ A và C đến đường thẳng BD. So sánh AC với tổng AE + CF.

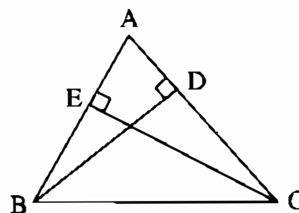
15. Cho tam giác ABC vuông tại A, M là trung điểm của AC. Gọi E và F là chân các đường vuông góc kẻ từ A và C đến đường thẳng BM. Chứng minh rằng $AB < \dfrac{BE + BF}{2}$.

16. Cho tam giác ABC cân tại A, điểm D nằm giữa B và C. Chứng minh rằng độ dài AD nhỏ hơn cạnh bên của tam giác ABC.

17. Cho hình 3 trong đó AB > AC. Chứng minh rằng EB > EC.



Hình 3



Hình 4

18. Cho hình 4. Chứng minh rằng

$$BD + CE < AB + AC.$$

Bài tập bổ sung

2.1. Cho đường thẳng d và điểm A không thuộc d. Trong các khẳng định sau đây, khẳng định nào đúng, khẳng định nào sai ?

(A) Có duy nhất một đường vuông góc kẻ từ điểm A đến đường thẳng d.

(B) Có duy nhất một đường xiên kẻ từ điểm A đến đường thẳng d.

(C) Có vô số đường vuông góc kẻ từ điểm A đến đường thẳng d.

(D) Có vô số đường xiên kẻ từ điểm A đến đường thẳng d.

Hãy vẽ hình minh hoạ cho các khẳng định đúng.

2.2. Qua điểm A không thuộc đường thẳng d, kẻ đường vuông góc AH và các đường xiên AB, AC đến đường thẳng d (H, B, C đều thuộc d). Biết rằng HB < HC. Hãy chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau :

(A) AB > AC ; (B) AB = AC ;

(C) AB < AC ; (D) AH > AB.

2.3. a) Hai tam giác ABC, A'B'C' vuông tại A và A' có AB = A'B', AC > A'C'. Không sử dụng định lí Py-ta-go, chứng minh rằng BC > B'C'.

b) Hai tam giác ABC, A'B'C' vuông tại A và A' có AB = A'B', BC > B'C'. Không sử dụng định lí Py-ta-go, chứng minh rằng AC > A'C'.

2.4. Cho tam giác ABC vuông tại A. Gọi BD là đường phân giác của góc B ($D \in AC$). Chứng minh rằng BD < BC.

2.5. Cho điểm A nằm ngoài đường thẳng xy.

a) Tìm trên đường thẳng xy hai điểm M, N sao cho hai đường xiên AM và AN bằng nhau.

b) Lấy một điểm D trên đường thẳng xy. Chứng minh rằng :

- Nếu D ở giữa M và N thì AD < AM ;
- Nếu D không thuộc đoạn thẳng MN thì AD > AM.

2.6. Cho điểm P nằm ngoài đường thẳng d.

a) Hãy nêu cách vẽ hai đường xiên PQ, PR sao cho PQ = PR và $\widehat{QPR} = 60^{\circ}$.

b) Trong hình dựng được ở câu a), cho PQ = 18cm. Tính độ dài hình chiếu của hai đường xiên PQ, PR trên d.

§3. Quan hệ giữa ba cạnh của một tam giác. Bất đẳng thức tam giác

19. Có thể có tam giác nào mà độ dài ba cạnh như sau không :

a) 5cm ; 10cm ; 12cm ?

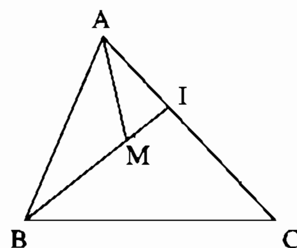
b) 1m ; 2m ; 3,3m ?

c) 1,2m ; 1m ; 2,2m ?

20. Cho tam giác ABC có AB = 4cm, AC = 1cm. Hãy tìm độ dài cạnh BC biết rằng độ dài này là một số nguyên (cm).

21. Cho hình 5. Chứng minh rằng

MA + MB < IA + IB < CA + CB.



Hình 5

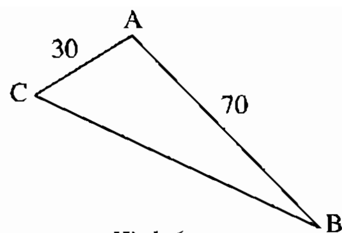
22. Tính chu vi của một tam giác cân có hai cạnh bằng 4m và 9m.

23. Cho tam giác ABC trong đó BC là cạnh lớn nhất.

a) Vì sao các góc B và C không thể là góc vuông hoặc góc tù ?

b) Gọi AH là đường vuông góc kẻ từ A đến BC. So sánh AB + AC với BH + CH rồi chứng minh rằng AB + AC > BC.

24. Cho hai điểm A và B nằm về hai phía của đường thẳng d. Tìm điểm C thuộc đường thẳng d sao cho tổng AC + CB là nhỏ nhất.



Hình 6

25. Ba thành phố A, B, C trên bản đồ là ba đỉnh của một tam giác, trong đó AC = 30km, AB = 70km.

a) Nếu đặt ở C máy phát sóng truyền thanh có bán kính hoạt động bằng 40km thì thành phố B có nhận được tín hiệu không ? Vì sao ?

b) Cũng hỏi như trên với máy phát sóng có bán kính hoạt động bằng 100km.

26. Cho tam giác ABC, điểm D nằm giữa B và C.

Chứng minh rằng AD nhỏ hơn nửa chu vi tam giác ABC.

27. Cho điểm M nằm trong tam giác ABC. Chứng minh rằng tổng MA + MB + MC lớn hơn nửa chu vi tam giác ABC.

28. Tính chu vi của một tam giác cân biết độ dài hai cạnh của nó bằng 3dm và 5dm.

29. Độ dài hai cạnh của một tam giác bằng 7cm và 2cm. Tính độ dài cạnh còn lại biết rằng số đo của nó theo xentimét là một số tự nhiên lẻ.

30*. Cho tam giác ABC. Gọi M là trung điểm của BC. Chứng minh rằng $AM < \dfrac{AB + AC}{2}$.

Bài tập bổ sung

3.1. Bộ ba nào sau đây không thể là số đo ba cạnh của một tam giác ?

(A) 1cm, 2cm, 2,5cm ; (B) 3cm ; 4cm, 6cm ;

(C) 6cm, 7cm, 13cm ; (D) 6cm, 7cm, 12cm.

3.2. Độ dài hai cạnh của một tam giác là 2cm và 10cm. Trong các số đo sau đây, số đo nào là độ dài cạnh thứ ba của tam giác đó ?

(A) 6cm ; (B) 7cm ; (C) 8cm ; (D) 9cm.

3.3. Có hay không tam giác với độ dài các cạnh là

a) 1m ; 2m và 3m ?

b) 1,2dm ; 1dm và 2,4dm ?

3.4. Hãy tìm cạnh của tam giác cân, nếu hai cạnh của nó bằng

a) 7cm và 3cm ;

b) 8cm và 2cm ;

c) 10cm và 5cm.

3.5. Chứng minh rằng trong một đường tròn, đường kính là dây lớn nhất.

3.6. Chứng minh "bất đẳng thức tam giác mở rộng" : Với ba điểm A, B, C bất kì, ta có

$$AB + AC \geq BC.$$

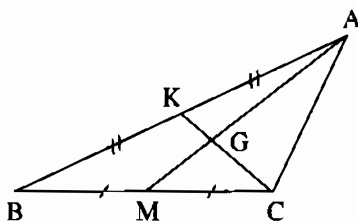
3.7. Cho đường thẳng d và hai điểm A, B nằm cùng một phía của d và AB không song song với d. Một điểm M di động trên d. Tìm vị trí của M sao cho $|MA - MB|$ là lớn nhất.

§4. Tính chất ba đường trung tuyến của tam giác

31. Cho hình 7. Điền vào chỗ trống :

GK = ... CK ; AG = ... GM ; GK = ... CG ;

AM = ... AG ; AM = ... GM.



Hình 7

32. Chứng minh rằng nếu một tam giác có hai đường trung tuyến bằng nhau thì tam giác đó là tam giác cân.

33. Tam giác ABC cân tại A có AB = AC = 34cm, BC = 32cm. Kẻ đường trung tuyến AM.

a) Chứng minh rằng $AM \perp BC$.

b) Tính độ dài AM.

34. Gọi G là trọng tâm của tam giác ABC. Vẽ điểm D sao cho G là trung điểm của AD. Chứng minh rằng :

a) Các cạnh của tam giác BGD bằng $\frac{2}{3}$ các đường trung tuyến của tam giác ABC

b) Các đường trung tuyến của tam giác BGD bằng một nửa các cạnh của tam giác ABC.

35. Tam giác ABC có BC = 10cm, các đường trung tuyến BD và CE. Chứng minh rằng BD + CE > 15cm.

36. Cho tam giác ABC. Trên tia đối của tia BA lấy điểm D sao cho BD = BA. Trên cạnh BC lấy điểm E sao cho $BE = \frac{1}{3}BC$. Gọi K là giao điểm của AE và CD. Chứng minh rằng DK = KC.

37*. Theo kết quả của bài 64 chương II, SBT Toán 7 tập một ta có : Đoạn thẳng nối trung điểm hai cạnh của một tam giác thì song song với cạnh thứ ba và bằng nửa cạnh ấy.

Vận dụng kết quả trên để giải bài toán sau : Cho tam giác ABC, đường trung tuyến AD. Kẻ đường trung tuyến BE cắt AD ở G. Gọi I, K theo thứ tự là trung điểm của GA, GB. Chứng minh rằng :

a) IK // DE, IK = DE.

b) $AG = \frac{2}{3}AD$.

38*. Cho tam giác ABC vuông tại A, đường trung tuyến AM. Trên tia đối của tia MA lấy điểm D sao cho MD = MA.

a) Tính số đo góc ABD.

b) Chứng minh : Δ ABC = Δ BAD.

c) So sánh độ dài AM và BC.

39*. Tam giác ABC có đường trung tuyến AM bằng nửa cạnh BC. Chứng minh rằng $\widehat{BAC} = 90^o$.

Bài tập bổ sung

4.1. Cho tam giác ABC. Trên đường trung tuyến AM của tam giác đó, lấy hai điểm D, E sao cho AD = DE = EM. Gọi O là trung điểm của đoạn thẳng DE. Khi đó trọng tâm của tam giác ABC là :

(A) điểm D ; (B) điểm E ;

(C) điểm O ; (D) cả (A), (B), (C) đều sai.

Hãy chọn phương án đúng.

4.2. Cho tam giác ABC, đường trung tuyến AD. Gọi G là điểm nằm giữa A và D sao cho $\frac{AG}{AD} = \frac{2}{3}$. Tia BG cắt AC tại E, tia CG cắt AB tại F. Khẳng định nào sau đây **sai** ?

(A) $\frac{BG}{EG} = 2$; (B) $\frac{FG}{CG} = \frac{2}{3}$;

(C) E là trung điểm của cạnh AC ; (D) F là trung điểm của cạnh AB.

4.3. Hai đoạn thẳng AB và CD cắt nhau tại trung điểm của mỗi đoạn. Gọi E và F theo thứ tự là trung điểm của các đoạn thẳng AD và BD. Các đoạn thẳng CE và CF lần lượt cắt đoạn thẳng AB tại I, J. Chứng minh rằng :

$$AI = IJ = JB.$$

4.4. Trong tam giác ABC, hai đường trung tuyến AA_1 và BB_1 cắt nhau tại điểm O. Hãy tính diện tích tam giác ABC nếu diện tích tam giác ABO bằng $5cm^2$.

4.5. Chứng minh rằng các trung tuyến của một tam giác phân chia tam giác đó thành 6 tam giác mà diện tích của chúng (đôi một) bằng nhau.

4.6. Cho tam giác ABC với đường trung tuyến AD. Trên tia AD lấy điểm E sao cho AD = DE, trên tia BC lấy điểm M sao cho BC = CM.

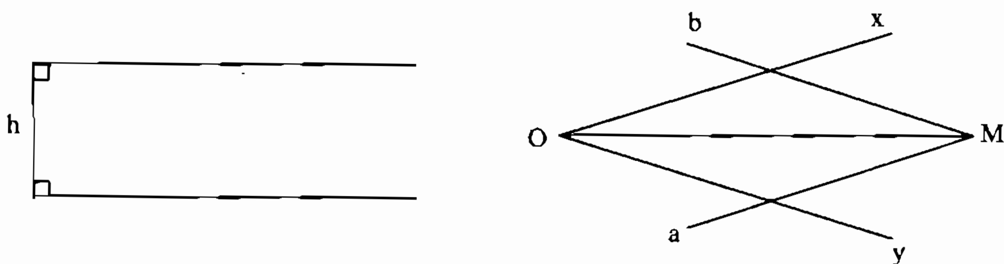
a) Tìm trọng tâm của tam giác AEM.

b) So sánh các cạnh của tam giác ABC với các đường trung tuyến của tam giác AEM.

c) So sánh các đường trung tuyến của tam giác ABC với các cạnh của tam giác AEM.

§5. Tính chất tia phân giác của một góc

40. Hình 8 là thước có khoảng cách giữa hai lề song song với nhau bằng h. Để vẽ tia phân giác của góc xOy, ta áp một lề của thước vào cạnh Ox rồi kẻ đường thẳng a theo lề kia, sau đó làm tương tự với cạnh Oy ta kẻ được đường thẳng b. Vì sao giao điểm M của a và b nằm trên tia phân giác của góc xOy ?



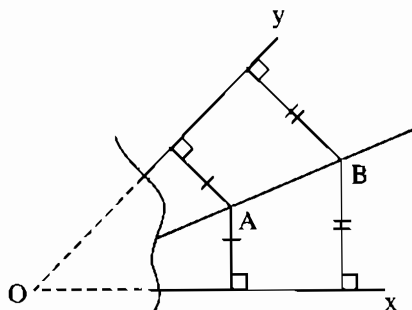
Hình 8

41. Cho tam giác ABC. Chứng minh rằng hai đường phân giác của hai góc ngoài tại B và C và đường phân giác trong của góc A cùng đi qua một điểm.

42. Cho tam giác nhọn ABC. Tìm điểm D thuộc trung tuyến AM sao cho D cách đều hai cạnh của góc B.

43. Cho hai đường thẳng AB và CD cắt nhau tại O. Tìm tập hợp các điểm cách đều hai đường thẳng AB và CD.

44. Để vẽ đường phân giác của góc xOy có đỉnh O nằm ngoài tờ giấy, bạn Minh đã vẽ các điểm A, B như trên hình 9. Đường thẳng AB có là đường phân giác của góc xOy hay không ? Vì sao ?



Hình 9

Bài tập bổ sung

5.1. Cho góc xOy bằng 60°, điểm M nằm trong góc đó và cùng cách Ox, Oy một khoảng bằng 2cm. Khi đó đoạn thẳng OM bằng

(A) 2cm ; (B) 3cm ; (C) 4cm ; (D) 5cm.

Hãy chọn phương án đúng.

5.2. Cho điểm A nằm trong góc vuông xOy. Gọi M, N lần lượt là chân đường vuông góc kẻ từ A đến Ox, Oy. Biết AM = AN = 3cm. Khi đó

(A) OM = ON > 3cm ; (B) OM = ON < 3cm ;

(C) OM = ON = 3cm ; (D) OM $\neq$ ON.

Hãy chọn phương án đúng.

5.3. Cho góc đỉnh O khác góc bẹt.

a) Từ một điểm M trên tia phân giác của góc O, kẻ các đường vuông góc MA, MB đến hai cạnh của góc này. Chứng minh rằng AB $\perp$ OM.

b) Trên hai cạnh của góc O lấy hai điểm C và D, sao cho OC = OD. Hai đường thẳng lần lượt vuông góc với hai cạnh của góc O tại C và D cắt nhau ở E. Chứng minh OE là tia phân giác của góc O.

5.4. Cho tam giác cân ABC, AB = AC. Trên các cạnh AB, AC lần lượt lấy hai điểm P, Q sao cho AP = AQ. Hai đoạn thẳng CP, BQ cắt nhau tại O. Chứng minh rằng :

a) Tam giác OBC là tam giác cân.

b) Điểm O cách đều hai cạnh AB, AC.

c) AO đi qua trung điểm của đoạn thẳng BC và vuông góc với nó.

5.5. Cho hai đường thẳng song song a, b và một cát tuyến c. Hai tia phân giác của một cặp góc trong cùng phía cắt nhau tại I. Chứng minh rằng I cách đều ba đường thẳng a, b, c.

§6. Tính chất ba đường phân giác của tam giác

45. Cho tam giác ABC cân tại A. Gọi G là trọng tâm của tam giác, gọi I là giao điểm các đường phân giác của tam giác. Chứng minh rằng ba điểm A, G, I thẳng hàng.

46. Cho tam giác ABC. Hãy tìm một điểm sao cho khoảng cách từ điểm đó đến mỗi đường thẳng AB, BC, CA là bằng nhau, đồng thời khoảng cách này là ngắn nhất.

47. Tam giác ABC có đường trung tuyến AM đồng thời là đường phân giác. Chứng minh rằng tam giác đó là tam giác cân.

48. Cho tam giác ABC cân tại A. Các đường phân giác BD, CE cắt nhau ở K. Chứng minh rằng AK đi qua trung điểm của BC.

49. Cho tam giác ABC cân tại A, D là trung điểm của BC. Gọi E và F là chân các đường vuông góc kẻ từ D đến AB và AC. Chứng minh rằng DE = DF.

50. Cho tam giác ABC có $\widehat{A} = 70^o$, các đường phân giác BD, CE cắt nhau ở I. Tính $\widehat{BIC}$.

51. Tính góc A của tam giác ABC biết rằng các đường phân giác BD, CE cắt nhau tại I trong đó góc BIC bằng :

a) 120^o; b) α $(\alpha > 90^o)$.

52. Cho tam giác ABC. Các tia phân giác các góc A và C cắt nhau ở I. Các đường phân giác các góc ngoài tại đỉnh A và C cắt nhau ở K. Chứng minh rằng ba điểm B, I, K thẳng hàng.

53*. Cho tam giác ABC vuông tại A. Các tia phân giác của các góc B và C cắt nhau ở I. Gọi D và E là chân các đường vuông góc kẻ từ I đến AB và AC.

a) Chứng minh rằng AD = AE.

b) Tính các độ dài AD, AE biết rằng AB = 6cm, AC = 8cm.

Bài tập bổ sung

6.1. Cho tam giác ABC. Trên tia phân giác của góc B, lấy điểm O nằm trong tam giác ABC sao cho O cách đều hai cạnh AB, AC. Khẳng định nào sau đây **sai** ?

(A) Điểm O nằm trên tia phân giác của góc A.

(B) Điểm O không nằm trên tia phân giác của góc C.

(C) Điểm O cách đều AB, BC.

(D) Điểm O cách đều AB, AC, BC.

6.2. Cho tam giác ABC có $\widehat{A} = \widehat{B} + \widehat{C}$. Hai đường phân giác của góc A và góc C cắt nhau tại O. Khi đó góc BOC bằng

(A) 85^o ; (B) 90^o ; (C) 135^o ; (D) 150^o.

Hãy chọn phương án đúng.

6.3. Cho tam giác ABC. Gọi I là điểm nằm trong tam giác và cách đều ba cạnh của tam giác đó. Qua I kẻ đường thẳng song song với BC cắt AB, AC lần lượt tại E và F. Chứng minh EF = BE + CF.

6.4. Hai đường phân giác AA_1 và BB_1 của tam giác ABC cắt nhau tại M. Hãy tìm các góc ACM, BCM nếu

a) $\widehat{AMB} = 136^o$; b) $\widehat{AMB} = 111^o$.

§7. Tính chất đường trung trực của một đoạn thẳng

54. Cho ba tam giác cân ABC, DBC, EBC chung đáy BC. Chứng minh rằng ba điểm A, D, E thẳng hàng.

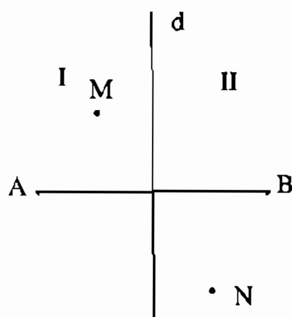
55. Cho hai điểm D, E nằm trên đường trung trực của đoạn thẳng BC. Chứng minh rằng Δ BDE = Δ CDE.

56. Cho đường thẳng d và hai điểm A, B thuộc cùng một nửa mặt phẳng có bờ d. Tìm một điểm C nằm trên d sao cho C cách đều A và B.

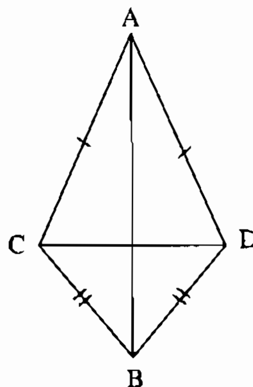
57. Đường trung trực d của đoạn thẳng AB chia mặt phẳng thành hai phần I và II như trên hình 10. Cho điểm M thuộc phần I và điểm N thuộc phần II. Chứng minh rằng :

a) MA < MB ;

b) NA > NB.



Hình 10



Hình 11

58. Cho hình 11. Chứng minh rằng AB vuông góc với CD.

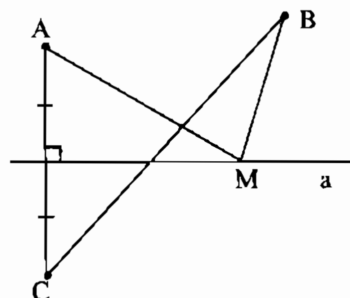
59. Cho hai điểm A, B và một đường thẳng d. Vẽ đường tròn tâm O đi qua hai điểm A, B sao cho O nằm trên đường thẳng d.

60. Cho đoạn thẳng AB. Tìm tập hợp các điểm C sao cho tam giác ABC là tam giác cân có đáy là AB.

61. Cho góc xOy bằng 60°, điểm A nằm trong góc xOy. Vẽ điểm B sao cho Ox là đường trung trực của AB. Vẽ điểm C sao cho Oy là đường trung trực của AC.

a) Chứng minh rằng OB = OC.

b) Tính số đo góc BOC.



Hình 12

62. Cho hình 12, M là một điểm tuỳ ý nằm trên đường thẳng a. Vẽ điểm C sao cho a là đường trung trực của AC.

a) Hãy so sánh MA + MB với BC.

b) Tìm vị trí của điểm M trên đường thẳng a để MA + MB là nhỏ nhất.

63. Hai nhà máy được xây dựng tại hai địa điểm A và B nằm về một phía của khúc sông thẳng. Tìm trên bờ sông một địa điểm C để xây một trạm bơm sao cho tổng chiều dài đường ống dẫn nước từ C đến A và đến B là nhỏ nhất.

Bài tập bổ sung

7.1. Trên đường trung trực của đoạn thẳng AB, lấy hai điểm phân biệt M, N. Khi đó, khẳng định nào sau đây đúng ?

(A) $\widehat{AMN} \neq \widehat{BMN}$; (B) $\widehat{MAN} \neq \widehat{MBN}$;

(C) $\widehat{MNA} \neq \widehat{MNB}$; (D) $\Delta AMN = \Delta BMN$.

7.2. Cho hai tam giác cân chung đáy ABC và ABD, trong đó ABC là tam giác đều. Gọi E là trung điểm của AB. Khi đó, khẳng định nào sau đây **sai** ?

(A) Đường thẳng CD là đường trung trực của AB.

(B) Điểm E không nằm trên đường thẳng CD.

(C) Đường trung trực của AC đi qua B.

(D) Đường trung trực của BC đi qua A.

7.3. Đường trung trực của cạnh BC trong tam giác ABC cắt cạnh AC tại D. Hãy tìm :

a) AD và CD nếu BD = 5cm ; AC = 8cm ;

b) AC nếu BD = 11,4cm ; AD = 3,2cm.

7.4. Trong tam giác ABC, hai đường trung trực của hai cạnh AB và AC cắt nhau tại điểm D nằm trên cạnh BC. Chứng minh rằng :

a) D là trung điểm của cạnh BC.

b) $\widehat{A} = \widehat{B} + \widehat{C}$.

7.5. Chứng minh rằng nếu trong tam giác ABC có hai cạnh AB và AC không bằng nhau thì đường trung tuyến xuất phát từ đỉnh A không vuông góc với BC.

7.6. Cho đường thẳng d và hai điểm A, B nằm về một phía của d sao cho AB không vuông góc với d. Hãy tìm trên d một điểm M sao cho $|MA - MB|$ có giá trị nhỏ nhất.

§8. Tính chất ba đường trung trực của tam giác

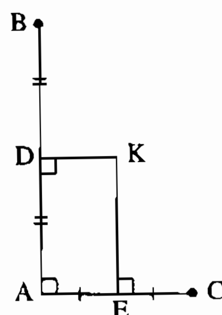
64. Cho tam giác ABC. Tìm một điểm O cách đều ba điểm A, B, C.

65. Cho hình 13. Chứng minh rằng ba điểm B, K, C thẳng hàng.

66. Dựa vào kết quả của bài 65, hãy chứng minh rằng :

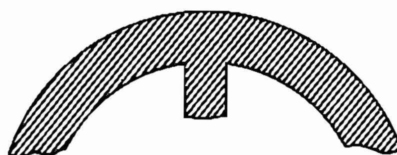
a) Các đường trung trực của tam giác vuông đi qua trung điểm của cạnh huyền

b) Trong tam giác vuông, đường trung tuyến ứng với cạnh huyền bằng một nửa cạnh huyền



Hình 13

67. Có một chi tiết máy (mà đường viền ngoài là đường tròn) bị gẫy (h.14). Hãy nêu cách xác định tâm của đường viền.



Hình 14

68. Cho tam giác ABC cân tại A, đường trung tuyến AM. Đường trung trực của AC cắt đường thẳng AM ở D. Chứng minh rằng DA = DB.

69. Cho tam giác ABC có $\widehat{A}$ là góc tù. Các đường trung trực của AB và của AC cắt nhau ở O và cắt BC theo thứ tự ở D và E.

a) Các tam giác ABD, ACE là tam giác gì ?

b) Đường tròn tâm O bán kính OA đi qua những điểm nào trong hình vẽ ?

Bài tập bổ sung

8.1. Cho tam giác cân (không đều) ABC có AB = AC. Hai đường trung trực của hai cạnh AB, AC cắt nhau tại O. Khi đó khẳng định nào sau đây là đúng ?

(A) OA > OB ; (B) $\widehat{AOB} > \widehat{AOC}$;

(C) OA ⊥ BC ; (D) O cách đều ba cạnh của tam giác ABC.

8.2. Cho tam giác ABC vuông tại A. Gọi P, Q, R lần lượt là trung điểm của ba cạnh AB, AC, BC. Gọi O là giao điểm của ba đường phân giác. Khi đó, tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC là điểm :

(A) O ; (B) P ; (C) Q ; (D) R.

Hãy chọn phương án đúng.

8.3. Cho tam giác ABC có $\widehat{A} = 100^o$. Các đường trung trực của AB và AC lần lượt cắt BC ở E và F. Tính $\widehat{EAF}$.

8.4. Cho tam giác ABC có góc A là góc tù. Các đường trung trực của AB ; AC cắt nhau tại O và lần lượt cắt BC tại M, N. Chứng minh rằng AO là tia phân giác của góc MAN.

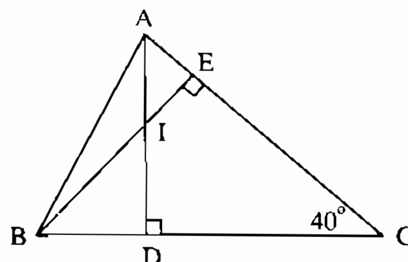
§9. Tính chất ba đường cao của tam giác

70. Cho tam giác ABC vuông tại B. Điểm nào là trực tâm của tam giác đó ?

71. Cho hình 15.

a) Chứng minh : CI ⊥ AB.

b) Cho $\widehat{ACB} = 40^o$. Tính $\widehat{BID}$, $\widehat{DIE}$.

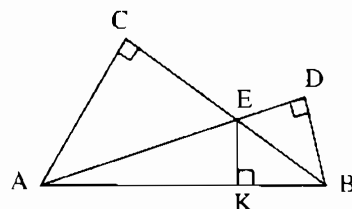


Hình 15

72. Cho H là trực tâm của tam giác ABC không vuông. Tìm trực tâm của các tam giác HAB, HAC, HBC.

73. Tam giác ABC có các đường cao BD và CE bằng nhau. Chứng minh rằng tam giác đó là tam giác cân.

74. Cho tam giác ABC vuông tại A, đường cao AH. Tìm trực tâm của các tam giác ABC, AHB, AHC.



Hình 16

75. Cho hình 16. Có thể khẳng định rằng các đường thẳng AC, BD, KE cùng đi qua một điểm hay không ? Vì sao ?

76. Cho tam giác ABC cân tại A, đường trung tuyến AM. Qua A kẻ đường thẳng d vuông góc với AM. Chứng minh rằng d song song với BC.

77. Cho tam giác ABC cân tại A. Vẽ điểm D sao cho A là trung điểm của BD. Kẻ đường cao AE của Δ ABC, đường cao AF của Δ ACD. Chứng minh rằng $\widehat{EAF} = 90^0$.

78. Cho tam giác ABC cân tại A, đường cao CH cắt tia phân giác của góc A tại D. Chứng minh rằng BD vuông góc với AC.

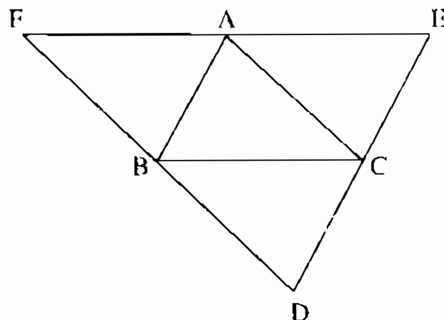
79. Tam giác ABC có AB = AC = 13cm, BC = 10cm. Tính độ dài đường trung tuyến AM.

80. Cho tam giác ABC có $\widehat{B}$, $\widehat{C}$ là các góc nhọn, AC > AB. Kẻ đường cao AH. Chứng minh rằng $\widehat{HAB} < \widehat{HAC}$.

81*. Cho tam giác ABC. Qua mỗi đỉnh A, B, C kẻ các đường thẳng song song với cạnh đối diện, chúng cắt nhau tạo thành tam giác DEF (h.17).

a) Chứng minh rằng A là trung điểm của EF.

b) Các đường cao của tam giác ABC là các đường trung trực của tam giác nào ?



Hình 17

Bài tập bổ sung

9.1. Hãy chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau :

(A) Trực tâm của một tam giác bao giờ cũng nằm trong tam giác.

(B) Trực tâm của một tam giác bao giờ cũng nằm ngoài tam giác.

(C) Trực tâm của một tam giác bao giờ cũng trùng với một đỉnh của tam giác.

(D) Cả ba khẳng định trên đều sai.

9.2. Cho tam giác ABC không là tam giác cân. Khi đó trực tâm của tam giác ABC là giao điểm của :

(A) Ba đường trung tuyến ; (B) Ba đường phân giác ;

(C) Ba đường trung trực ; (D) Ba đường cao.

Hãy chọn phương án đúng.

9.3. Cho tam giác ABC có hai đường cao AH, BK cắt nhau tại điểm M. Hãy tính góc AMB biết $\widehat{A} = 55^{o}$, $\widehat{B} = 67^{o}$.

9.4. Cho tam giác nhọn ABC cân tại đỉnh A. Hai đường cao xuất phát từ đỉnh B và đỉnh C cắt nhau tại M. Hãy tìm các góc của tam giác ABC, biết $\widehat{BMC} = 140^{o}$.

9.5. Chứng minh rằng trong một tam giác, tia phân giác của một góc trong và hai tia phân giác của hai góc ngoài không kề với nó đồng quy tại một điểm, điểm đó cách đều ba đường thẳng chứa ba cạnh của tam giác.

9.6. Cho tam giác ABC. Hai đường phân giác của các cặp góc ngoài đỉnh B và C, đỉnh C và A, đỉnh A và B lần lượt cắt nhau tại A', B', C'. Chứng minh rằng AA', BB', CC' là các đường cao của tam giác A'B'C'. Từ đó suy ra giao điểm của ba đường phân giác của tam giác ABC là trực tâm của tam giác A'B'C'.

Bài tập ôn chương III

82. Cho tam giác ABC có AB < AC. Trên tia đối của tia BC lấy điểm M sao cho BM = BA. Trên tia đối của tia CB lấy điểm N sao cho CN = CA.

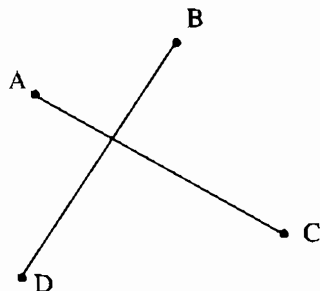
a) Hãy so sánh các góc AMB và ANC.

b) Hãy so sánh các độ dài AM và AN.

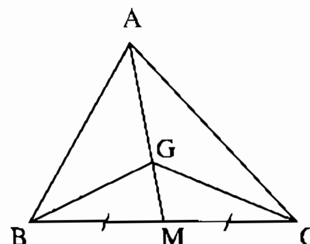
83. Cho tam giác ABC có AB < AC, đường cao AH. Chứng minh rằng : HB < HC, $\widehat{HAB} < \widehat{HAC}$ (Xét hai trường hợp : $\widehat{B}$ nhọn và $\widehat{B}$ tù).

84. Có thể vẽ được mấy tam giác (phân biệt) với ba cạnh là ba trong năm đoạn thẳng có độ dài 1cm, 2cm, 3cm, 4cm, 5cm.

85. Cho bốn điểm A, B, C, D như trên hình 18. Hãy tìm một điểm M sao cho tổng MA + MB + MC + MD là nhỏ nhất.



Hình 18



Hình 19

86. Cho hình 19 trong đó G là trọng tâm của tam giác ABC. Chứng minh rằng :

a) $S_{AGC} = 2S_{GMC}$;

b) $S_{GMB} = S_{GMC}$;

c) $S_{AGB} = S_{AGC} = S_{BGC}$.

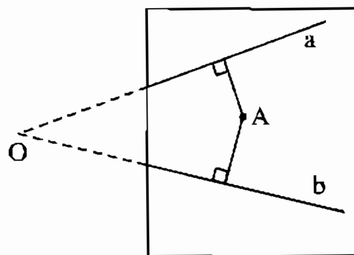
87. Cho góc xOy khác góc bẹt, điểm A thuộc cạnh Ox, điểm B thuộc cạnh Oy.

a) Hãy tìm điểm M nằm trong góc xOy, cách đều Ox, Oy và cách đều A, B.

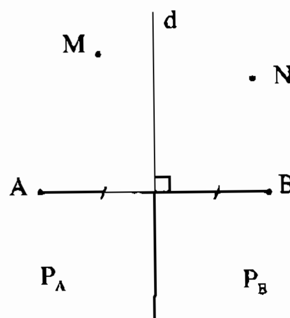
b) Nếu OA = OB thì có bao nhiêu điểm M thoả mãn các điều kiện trong câu a) ?

88. Cho góc xOy khác góc bẹt. Dùng một chiếc thước thẳng có chia khoảng, hãy nêu cách vẽ tia phân giác của góc xOy.

89. Cho hình 20 trong đó giao điểm O của hai đường thẳng a và b nằm ngoài phạm vi tờ giấy. Chỉ vẽ hình trong phạm vi tờ giấy, hãy vẽ đường thẳng d đi qua A sao cho đường thẳng d cũng đi qua O nếu kéo dài đường thẳng d ra ngoài phạm vi tờ giấy.



Hình 20



Hình 21

90. Đường trung trực d của đoạn thẳng AB chia mặt phẳng thành hai phần (không kể đường thẳng d) : phần chứa điểm A kí hiệu là P_A, phần chứa điểm B kí hiệu là P_B (h. 21).

a) Gọi M là một điểm của P_A. Chứng minh rằng MA < MB.

b) Gọi N là một điểm của P_B. Chứng minh rằng NB < NA.

c) Gọi K là một điểm sao cho KA < KB. Hỏi rằng K nằm ở đâu : trong P_A, P_B hay trên d ?

91. Cho tam giác ABC, các đường phân giác của các góc ngoài tại B và C cắt nhau ở E. Gọi G, H, K theo thứ tự là chân các đường vuông góc kẻ từ E đến các đường thẳng BC, AB, AC.

a) Có nhận xét gì về các độ dài EH, EG, EK ?

b) Chứng minh AE là tia phân giác của góc BAC.

c) Đường phân giác của góc ngoài tại A của tam giác ABC cắt các đường thẳng BE, CE tại D, F. Chứng minh rằng EA vuông góc với DF.

d) Các đường thẳng AE, BF, CD là các đường gì trong tam giác ABC ?

e) Các đường thẳng EA, FB, DC là các đường gì trong tam giác DEF ?

Bài tập bổ sung

III.1. Chứng minh rằng trong một tam giác, đường cao không lớn hơn đường trung tuyến xuất phát từ cùng một đỉnh.

III.2. Cho tam giác ABC có hai đường trung tuyến AD, BE vuông góc với nhau. Chứng minh rằng BC < 2AC.

III.3. Ba đường phân giác AD, BE, CF của tam giác ABC đồng quy tại O. Kẻ đường vuông góc OG đến BC. Chứng minh rằng $\widehat{BOG} = \widehat{COD}$.

III.4. Cho tam giác ABC cân tại B có $\widehat{B} = 112^\circ$. Kẻ đường cao AH và đường phân giác AD của tam giác đó. Tính các góc của tam giác AHD.

III.5. Cho tam giác ABC cân tại C. Kẻ các đường cao AA_1 và BB_1 của tam giác đó. Hai đường cao này cắt nhau tại M. Chứng minh rằng đường thẳng MC là đường trung trực của đoạn thẳng AB.

III.6. Cho tam giác ABC có $\widehat{A} = 130^o$. Gọi C', B' là các điểm sao cho AB là đường trung trực của CC' và AC là đường trung trực của BB'. Hai đường thẳng CB' và BC' cắt nhau tại A'. Hãy tìm bên trong tam giác A'BC điểm cách đều ba cạnh của tam giác đó.

III.7. Dựng các hình vuông ABDE và ACFG bên ngoài tam giác nhọn ABC cho trước.

a) Gọi H là điểm thuộc đường thẳng BC sao cho AH ⊥ BC. Gọi I, J là các điểm thuộc đường thẳng AH sao cho EI ⊥ AH và GJ ⊥ AH. Chứng minh

$$\Delta ABH = \Delta EAI, \Delta ACH = \Delta GAJ.$$

Từ đó suy ra đường thẳng AH cắt EG tại trung điểm K của EG (tức là AK là trung tuyến của tam giác AEG).

b) Gọi L là điểm thuộc đường thẳng AK sao cho K là trung điểm của AL. Chứng minh AL = BC.

c) Chứng minh ΔABL = ΔBDC. Từ đó suy ra CD là một đường cao của tam giác BCL.

d) Chứng minh rằng các đường thẳng AH, BF, CD đồng quy.

III.8. Cho tam giác ABC.

a) Qua trung điểm D của cạnh BC, kẻ đường thẳng song song với AB, nó cắt cạnh AC tại E. Qua E, kẻ đường thẳng song song với BC, nó cắt AB tại F. Chứng minh ΔCDE = ΔEFA. Từ đó suy ra E là trung điểm của cạnh AC.

b) Chứng minh rằng đường thẳng đi qua các trung điểm hai cạnh của một tam giác thì song song với cạnh thứ ba của tam giác đó.

c) Chứng minh rằng tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC là trực tâm của tam giác có ba đỉnh là trung điểm ba cạnh của tam giác ABC.

LỜI GIẢI, CHỈ DẪN, ĐÁP SỐ

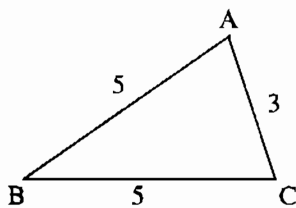
§1. Quan hệ giữa góc và cạnh đối diện trong một tam giác

1. (h. 22) AB = BC $\Rightarrow$ Δ ABC cân tại B

$\Rightarrow \widehat{C} = \widehat{A}$.

BC > AC $\Rightarrow$ $\widehat{A} > \widehat{B}$ (quan hệ giữa cạnh và góc đối diện).

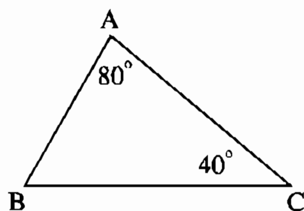
Vậy $\widehat{C} = \widehat{A} > \widehat{B}$.



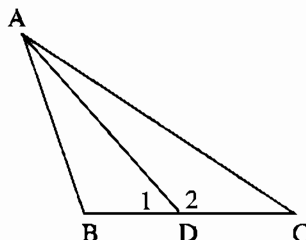
Hình 22

2. (h. 23) $\widehat{B} = 180^o - 80^o - 40^o = 60^o$.

$\widehat{A} > \widehat{B} > \widehat{C} \Rightarrow$ BC > AC > AB (quan hệ giữa cạnh và góc đối diện).



Hình 23



Hình 24

3. (h. 24) Xét Δ ABD : $\widehat{B} > \widehat{D_1}$ (vì $\widehat{B} > 90^o$) nên AD > AB.

Ta có : $\widehat{D_2} > \widehat{B}$ (vì $\widehat{D_2}$ là góc ngoài của Δ ABD) nên $\widehat{D_2} > \widehat{B} > 90^o$.

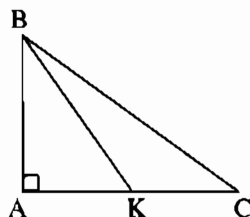
Xét Δ ADC : $\widehat{D_2} > \widehat{C}$ (vì $\widehat{D_2} > 90^o$) nên AC > AD.

Vậy AB < AD < AC.

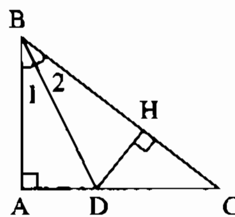
4. Câu 1, 2, 3 đúng. Câu 4 sai.

5. (h. 25) $\widehat{BKC} > \widehat{A} = 90^o$.

Δ BKC có $\widehat{BKC} > \widehat{C}$ (vì $\widehat{BKC} > 90^o$) nên BC > BK.



Hình 25



Hình 26

6. (h. 26) Kẻ DH ⊥ BC.

Δ ABD = Δ HBD (cạnh huyền – góc nhọn) ⇒ AD = DH.

Δ DHC vuông tại H ⇒ DH < DC (cạnh góc vuông nhỏ hơn cạnh huyền).

Suy ra AD < DC.

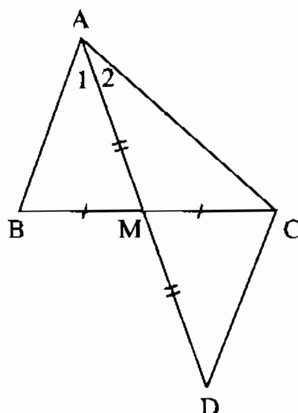
7. (h. 27) Vẽ điểm D sao cho M là trung điểm của AD.

Δ AMB = Δ DMC (c.g.c) nên AB = CD, $\widehat{A}_1 = \widehat{D}$.

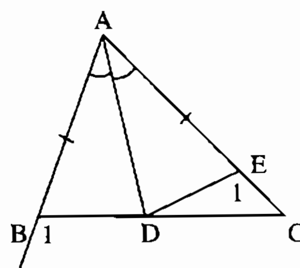
Ta có AC > AB, AB = CD nên AC > CD.

Δ ACD có AC > CD nên $\widehat{D} > \widehat{A}_2$.

Vậy $\widehat{A}_1 > \widehat{A}_2$.



Hình 27



Hình 28

8. (h. 28) Trên AC lấy E sao cho AE = AB.

Δ ADE = Δ ADB (c.g.c) ⇒ $\widehat{E}_1 = \widehat{B}_1$. Ta lại có $\widehat{B}_1 > \widehat{C}$ (góc ngoài Δ ABC) nên $\widehat{E}_1 > \widehat{C}$.

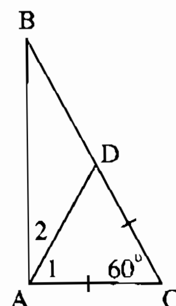
Δ DEC có $\widehat{E}_1 > \widehat{C}$ nên DC > DE.

Do BD = DE nên BD < DC.

9. (h. 29) Xét Δ ABC vuông tại A có $\widehat{B} = 30^\circ$.

Cần chứng minh $AC = \frac{1}{2}BC$.

Trên CB lấy D sao cho CD = CA. Δ ACD cân có $\widehat{C} = 60^\circ$ nên là tam giác đều. Suy ra $\widehat{A}_1 = 60^\circ$, AD = AC = CD.

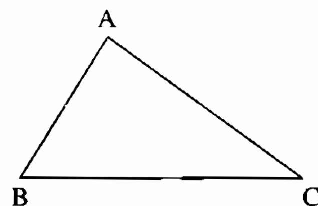


Hình 29

Δ ABD có $\widehat{B} = 30^o$, $\widehat{A}_2 = 30^o$ nên là tam giác cân, suy ra AD = BD.

Do đó $AC = \frac{1}{2}BC$.

10. (h. 30) a) Nếu AC < AB thì $\widehat{B} < \widehat{C}$ (góc đối diện với cạnh lớn hơn là góc lớn hơn). Điều này không xảy ra vì theo đề bài $\widehat{B} > \widehat{C}$.



Hình 30

b) Nếu AC = AB thì Δ ABC cân tại A nên $\widehat{B} = \widehat{C}$.

Điều này không xảy ra vì theo đề bài $\widehat{B} > \widehat{C}$.

Từ câu a) và câu b) suy ra : AC > AB. Ta đã chứng minh được định lí : "Trong một tam giác, cạnh đối diện với góc lớn hơn là cạnh lớn hơn".

Bài tập bổ sung

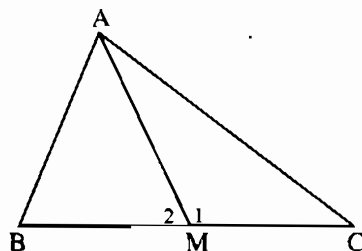
1.1. Do $\widehat{A}$ là góc tù nên $\widehat{A}$ lớn nhất. Vậy có $\widehat{A} > \widehat{B} > \widehat{C}$.
Từ đó suy ra BC > AC > AB. Chọn (D).

1.2. Ta có $\widehat{A}_1 = 180^o - \widehat{A}$; $\widehat{B}_1 = 180^o - \widehat{B}$; $\widehat{C}_1 = 180^o - \widehat{C}$. Theo giả thiết ta có AB < BC < AC. Từ đó suy ra $\widehat{C} < \widehat{A} < \widehat{B}$. Vậy $\widehat{C}_1 > \widehat{A}_1 > \widehat{B}_1$. Chọn (C).

1.3. Theo giả thiết, tam giác cân này có một góc ngoài bằng 40^o nên nó có một góc trong bằng $180^o - 40^o = 140^o$. Góc trong này không thể là góc ở đáy của tam giác cân mà phải là góc ở đỉnh. Vậy cạnh đáy của tam giác cân lớn hơn hai cạnh bên của nó.

1.4. (h.bs.1) Ta có $\widehat{M}_1 + \widehat{M}_2 = 180^o$ nên chỉ có hai khả năng xảy ra ứng với các vị trí của M trên BC là :

$$\widehat{M}_1 > 90^o \text{ hoặc } \widehat{M}_2 \geq 90^o.$$

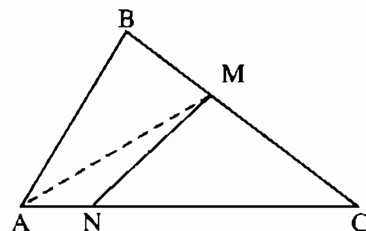


Hình bs.1

• Nếu $\widehat{M}_1 > 90^o$ thì tam giác AMC có góc M_1 tù nên AM < AC.

• Nếu $\widehat{M}_2 \geq 90^o$ thì trong tam giác ABM có AM < AB. Kết hợp với giả thiết AB < AC, ta suy ra AM < AC. Vậy ta luôn có AM < AC.

1.5. (h.bs.2) Kẻ đoạn thẳng AM. Xét tam giác MAC. Chứng minh tương tự như bài 1.4, ta có MN < a, trong đó a là đoạn lớn nhất trong hai đoạn thẳng MA và MC. Nếu ta chứng minh được MA < AC và MC < AC thì sẽ suy ra được a < AC, từ đó có MN < AC.



Hình bs.2

Trong tam giác ABC có AB ≤ AC, M ∈ BC (M ≠ B, M ≠ C) ; Chứng minh tương tự bài 1.4, ta có AM < AC. Mặt khác MC < BC ≤ CA. Vậy a < AC, suy ra MN < AC.

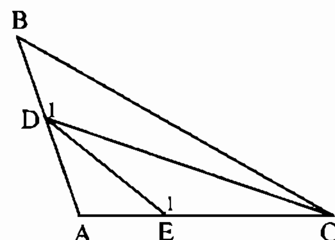
1.6. (h.bs.3)

Xét tam giác CDE. Ta có $\widehat{E}_1 > \widehat{A}$, mà $\widehat{A}$ là góc tù nên $\widehat{E}_1$ là góc tù.

Suy ra CD > DE. (1)

Xét tam giác BCD. Ta có $\widehat{D}_1 > \widehat{A}$ nên $\widehat{D}_1$ là góc tù. Suy ra BC > CD. (2)

Từ (1) và (2) suy ra BC > DE.



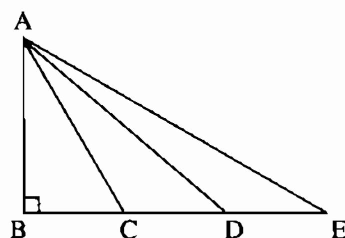
Hình bs.3

§2. Quan hệ giữa đường vuông góc và đường xiên, đường xiên và hình chiếu

11. (h.31) AB < AC (đường vuông góc ngắn hơn đường xiên).

BC < BD < BE ⇒ AC < AD < AE (quan hệ giữa đường xiên và hình chiếu).

Vậy AB < AC < AD < AE.



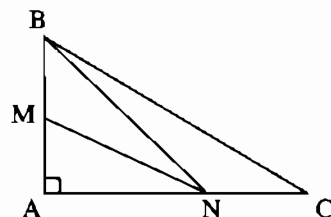
Hình 31

12. (h. 32) Hình chiếu AN < hình chiếu AC ⇒ đường xiên BN < đường xiên BC. (1)

Hình chiếu AM < hình chiếu AB ⇒ đường xiên NM < đường xiên NB. (2)

Từ (1) và (2) suy ra :

MN < BN < BC.



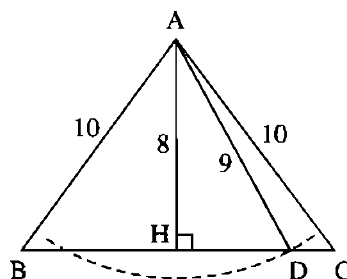
Hình 32

13. (h. 33) Kẻ $AH \perp BC$.

Δ AHB = Δ AHC (cạnh huyền – cạnh góc vuông) nên

$$HB = HC = \frac{BC}{2} = 6cm.$$

Xét Δ AHC vuông tại H. Theo định lí Py-ta-go :



Hình 33

$$AH^2 = AC^2 - HC^2 = 10^2 - 6^2 = 64$$

$$\Rightarrow AH = 8 \text{ (cm)}.$$

Do 9cm > 8cm nên cung tròn tâm A bán kính 9cm cắt đường thẳng BC.

Gọi D là giao điểm của cung đó với đường thẳng BC (giả sử D và C nằm cùng phía với H trên đường thẳng BC).

Đường xiên AD nhỏ hơn đường xiên AC nên hình chiếu HD nhỏ hơn hình chiếu HC. Do đó D nằm giữa H và C. Vậy cung tròn tâm A nói trên cắt cạnh BC.

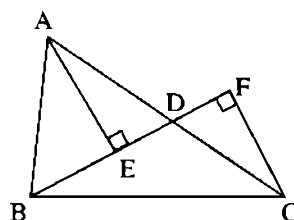
14. (h. 34) Xét Δ ADE vuông tại E :

$$AE < AD \qquad (1)$$

Xét Δ CDF vuông tại F :

$$CF < CD \qquad (2)$$

Từ (1) và (2) : AE + CF < AD + CD = AC.



Hình 34

15. (h. 35) Δ ABM vuông tại A $\Rightarrow$ AB < BM.

Do đó : AB < BE + ME (1)

và AB < BF – MF (2)

Δ MAE = Δ MCF (cạnh huyền – góc nhọn)

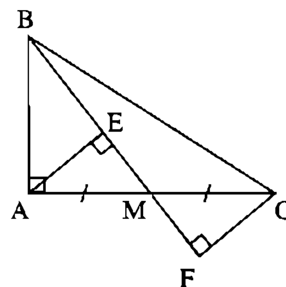
$$\Rightarrow ME = MF. \qquad (3)$$

Từ (1), (2), (3) suy ra :

$$AB + AB < BE + BF.$$

Do đó

$$2AB < BE + BF \quad \text{nên} \quad AB < \frac{BE + BF}{2}.$$



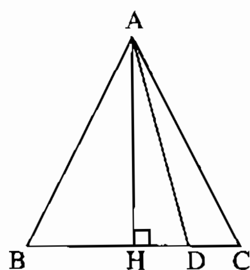
Hình 35

16. (h. 36) Kẻ AH ⊥ BC.

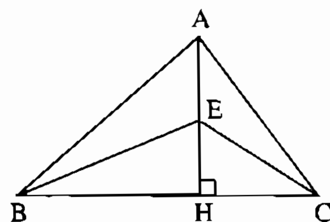
– Nếu D trùng H thì AD < AC vì AH < AC (đường vuông góc nhỏ hơn đường xiên).

– Nếu D không trùng H, giả sử D nằm giữa H và C. Ta có HD < HC ⇒ AD < AC (hình chiếu nhỏ hơn thì đường xiên nhỏ hơn).

Vậy AD nhỏ hơn cạnh bên của Δ ABC.



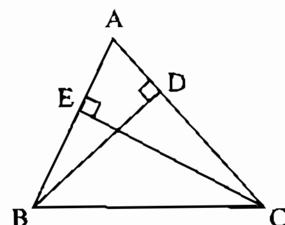
Hình 36



Hình 37

17. (h. 37) AB > AC ⇒ HB > HC (đường xiên lớn hơn thì hình chiếu lớn hơn).

HB > HC ⇒ EB > EC (hình chiếu lớn hơn thì đường xiên lớn hơn).



Hình 38

18. (h. 38) Δ ABD vuông tại D ⇒ BD < AB.

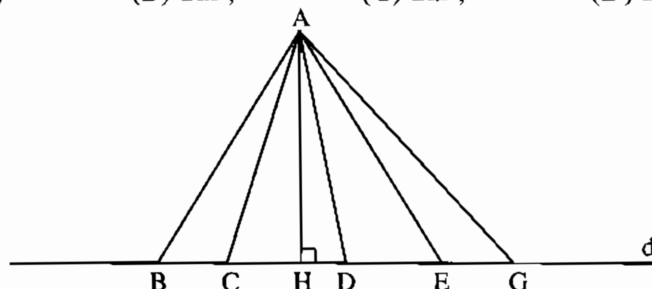
Δ ACE vuông tại E ⇒ CE < AC.

Suy ra : BD + CE < AB + AC.

Bài tập bổ sung

2.1. Ta biết rằng có duy nhất một đường thẳng đi qua một điểm cho trước, vuông góc với một đường thẳng cho trước và có vô số đường thẳng đi qua một điểm cho trước cắt một đường cho trước. Bởi vậy, có duy nhất một đường vuông góc kẻ từ điểm A đến đường thẳng d và có vô số đường xiên kẻ từ điểm A đến đường thẳng d.

(A) Đúng ; (B) Sai ; (C) Sai ; (D) Đúng.



Hình bs.4

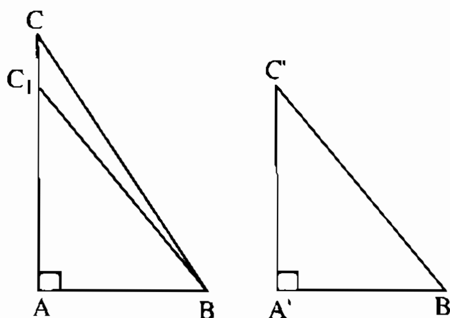
Trong hình bs.4, AH là đường vuông góc (duy nhất) và AB, AC, AD, AE, AG là những đường xiên kẻ từ A đến d (có thể kẻ được vô số đường xiên như thế).

2.2. Theo định lí so sánh giữa hình chiếu và đường xiên ta có :

$$HB < HC \Rightarrow AB < AC. \text{ Chọn (C).}$$

2.3. a) (h.bs.5)

Do AC > A'C' nên lấy được điểm C_1 trên cạnh AC sao cho AC_1 = A'C'. Ta có tam giác vuông ABC_1 bằng tam giác vuông A'B'C', suy ra B'C' = BC_1. Mặt khác hai đường xiên BC và BC_1 kẻ từ B đến đường thẳng AC lần lượt có hình chiếu trên AC là AC và AC_1. Vì AC > AC_1 nên BC > BC_1, suy ra BC > B'C'.



Hình bs.5

b) Dùng phản chứng :

• Giả sử AC < A'C'. Khi đó theo chứng minh câu a) ta có BC < B'C'. Điều này không đúng với giả thiết BC > B'C'.

• Giả sử AC = A'C'. Khi đó ta có ΔABC = ΔA'B'C' (c.g.c). Suy ra BC = B'C'. Điều này cũng không đúng với giả thiết BC > B'C'. Vậy ta phải có AC > A'C'.

(Nếu sử dụng định lí Py-ta-go thì có thể giải bài toán như sau :

Trong tam giác vuông ABC có $BC^2 = AB^2 + AC^2$. (1)

Trong tam giác vuông A'B'C' có $B'C'^2 = A'B'^2 + A'C'^2$. (2)

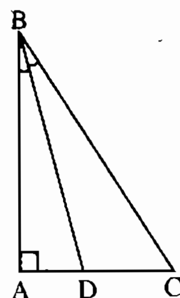
Theo giả thiết AB = A'B' nên từ (1), (2) ta có :

– Nếu AC > A'C' thì $AC^2 > A'C'^2$, suy ra $BC^2 > B'C'^2$ hay BC > B'C' ;

– Nếu BC > B'C' thì $BC^2 > B'C'^2$, suy ra $AC^2 > A'C'^2$ hay AC > A'C').

2.4. (h.bs.6)

Do BD là tia phân giác của góc ABC nên tia BD ở giữa hai tia BA và BC, suy ra D ở giữa A và C, hay AD < AC. Hai đường xiên BC, BD lần lượt có hình chiếu trên AC là AC và AD. Hơn nữa AD < AC, suy ra BD < BC. (Một cách tương tự, ta cũng chứng minh được đoạn thẳng nối B với trung điểm của đoạn thẳng AC nhỏ hơn BC).



Hình bs.6

2.5. a) *Phân tích bài toán :* Giả sử M và N là hai điểm của đường thẳng xy mà AM = AN. Nếu gọi H là chân đường vuông góc kẻ từ điểm A đến xy thì HM, HN lần lượt là hình chiếu của các đường xiên AM, AN.

Từ AM = AN suy ra HM = HN, từ đó xác định được hai điểm M, N.

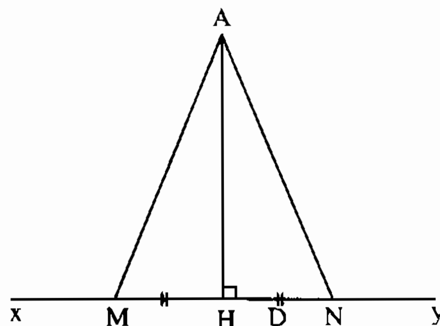
Giải (h.bs.7)

Kẻ AH vuông góc với xy ($H \in xy$).

Lấy hai điểm M, N trên xy sao cho HM = HN. (1)

(Dùng compa vẽ một đường tròn tâm H, bán kính tuỳ ý ; đường tròn này cắt đường thẳng xy tại hai điểm M, N thoả mãn HM = HN).

Hai đường xiên AM, AN lần lượt có hình chiếu là HM và HN, do đó từ (1) suy ra AM = AN.



Hình bs.7

b) • Xét trường hợp D ở giữa M và N.

– Nếu D ≡ H thì AD = AH, suy ra AD < AM (đường vuông góc ngắn hơn đường xiên).

– Nếu D ở giữa M và H thì HD < HM, do đó AD < AM (đường xiên có hình chiếu ngắn hơn thì ngắn hơn).

– Nếu D ở giữa H và N thì HD < HN, do đó AD < AN.

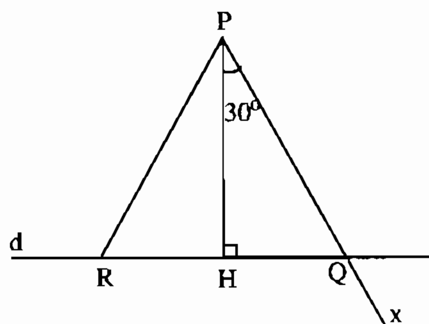
Theo a) ta có AM = AN nên AD < AM.

Vậy khi D ở giữa M và N thì ta luôn có AD < AM.

• Xét trường hợp D không thuộc đoạn thẳng MN ($D \in xy$). Khi đó HD > HM (hoặc HD > HN) nên AD > AM.

2.6. a) *Phân tích bài toán*

Giả sử PQ và PR là hai đường xiên kẻ từ P đến d sao cho PQ = PR và $\widehat{QPR} = 60^o$. Gọi H là chân đường vuông góc kẻ từ P đến d. Khi đó $\Delta PHQ = \Delta PHR$ (cạnh huyền, cạnh góc vuông), suy ra $\widehat{HPQ} = \widehat{HPR} = 30^o$. Từ đó ta suy ra cách vẽ hai đường xiên PQ và PR.



Hình bs.8

Giải (h.bs.8)

Kẻ $PH \perp d$ ($H \in d$). Dùng thước đo góc để vẽ góc HPx bằng 30^o. Tia Px cắt d tại điểm Q. Trên d lấy điểm R sao cho HR = HQ. Hai đường xiên PQ và PR lần lượt có hình chiếu trên d là HQ và HR. Do HQ = HR nên PQ = PR. Hơn nữa $\widehat{QPR} = 2\widehat{HPQ} = 60^o$.

b) *Hướng dẫn*

• Tam giác PQR có PQ = PR và $\widehat{QPR} = 60^o$, tam giác đó là tam giác gì ?

• PQ = 18cm ⇒ QR = ? ; HQ = HR = ?

§3. Quan hệ giữa ba cạnh của một tam giác. Bất đẳng thức tam giác

19. a) Có tam giác mà ba cạnh là 5cm, 10cm, 12cm vì mỗi cạnh nhỏ hơn tổng hai cạnh kia.

b) Không có tam giác nào mà ba cạnh là 1m ; 2m ; 3,3m vì có một cạnh lớn hơn tổng hai cạnh kia : 3,3 > 1 + 2.

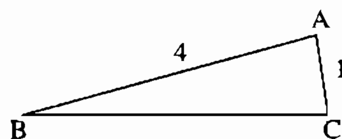
c) Không có tam giác nào mà ba cạnh là 1,2m ; 1m ; 2,2m vì có một cạnh bằng tổng hai cạnh kia : 2,2 = 1,2 + 1.

20. (h. 39) Theo bất đẳng thức tam giác :

$$AB - AC < BC < AB + AC$$

$$\Rightarrow 4 - 1 < BC < 4 + 1$$

$$\Rightarrow 3 < BC < 5.$$



Hình 39

Do độ dài BC bằng một số nguyên (cm) nên BC = 4cm.

21. (h. 40) Xét Δ AMI : MA < MI + IA.

Cộng MB vào hai vế :

$$MA + MB < MI + IA + MB$$

$$\Rightarrow MA + MB < IB + IA. \qquad (1)$$

Xét Δ BIC : IB < IC + CB.

Cộng IA vào hai vế :

Hình 40

$$IB + IA < IC + CB + IA$$

$$\Rightarrow IB + IA < CA + CB. \qquad (2)$$

Từ (1), (2) ta có MA + MB < IA + IB < CA + CB.

22. Cạnh 4m không thể là cạnh bên, vì nếu cạnh 4m là cạnh bên thì cạnh đáy lớn hơn tổng hai cạnh kia (9 > 4 + 4), trái với bất đẳng thức tam giác.

Vậy cạnh 4m là cạnh đáy (thoả mãn 9 < 9 + 4). Chu vi của tam giác : 4 + 9 + 9 = 22 (m).

23. (h. 41) a) Giả sử $\widehat{B} \geq 90^\circ$ thì AC > BC, trái với giả thiết.

Giả sử $\widehat{C} \geq 90^\circ$ thì AB > BC, trái với giả thiết.

Vậy $\widehat{B}$, $\widehat{C}$ là các góc nhọn.

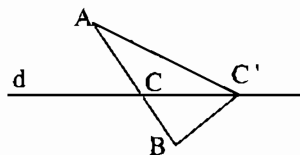
b) Ta có điểm H nằm giữa hai điểm B và C.

AB > HB, AC > HC nên

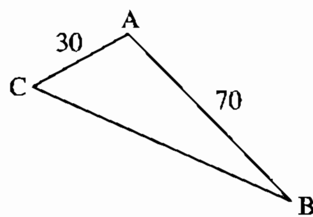
Hình 41

$$AB + AC > HB + HC = BC.$$

24. (h. 42) Gọi C là giao điểm của đường thẳng d và đoạn thẳng AB, C ' là điểm bất kì nằm trên đường thẳng d (C ' ≠ C). Hãy chứng minh AC ' + C 'B > AC + CB để suy ra C là điểm phải tìm.



Hình 42



Hình 43

25. (h. 43) Để trả lời câu hỏi của bài toán, cần xét khoảng cách BC. Xét Δ ABC ta có :

$$AB - AC < BC < AB + AC$$

tức là $$70 - 30 < BC < 70 + 30$$

hay $$40 < BC < 100.$$

a) Nếu máy phát sóng ở C có bán kính hoạt động bằng 40km thì ở B không nhận được tín hiệu vì BC > 40km.

b) Nếu máy phát sóng ở C có bán kính hoạt động bằng 100km thì ở B nhận được tín hiệu vì BC < 100km.

26. (h. 44) Xét Δ ABD :

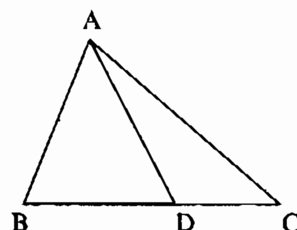
$$AD < AB + BD \qquad (1)$$

Xét Δ ACD : $$AD < AC + DC. \qquad (2)$$

Cộng từng vế của (1) và (2) :

$$2AD < AB + AC + (BD + DC).$$

Suy ra : $AD < \dfrac{AB + AC + BC}{2}$.



Hình 44

27. (h. 45) Xét Δ AMB :

$$MA + MB > AB \qquad (1)$$

Xét Δ AMC : $$MA + MC > AC \qquad (2)$$

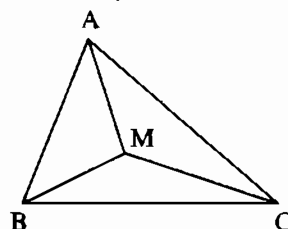
Xét Δ BMC : $$MB + MC > BC \qquad (3)$$

Cộng từng vế của (1), (2), (3) :

$$2(MA + MB + MC) > AB + AC + BC.$$

Suy ra :

$$MA + MB + MC > \frac{AB + AC + BC}{2}.$$



Hình 45

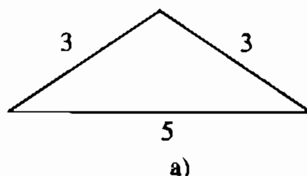
28. (h. 46) Cạnh 3dm có thể là cạnh bên, cũng có thể là cạnh đáy của tam giác cân.

– Nếu cạnh 3dm là cạnh bên thì chu vi của tam giác cân bằng :

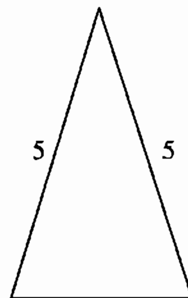
$$3 + 3 + 5 = 11 \text{ (dm)}.$$

– Nếu cạnh 3dm là cạnh đáy thì chu vi của tam giác cân bằng :

$$3 + 5 + 5 = 13 \text{ (dm)}.$$



a)



b)

Hình 46

29. Gọi độ dài cạnh còn lại là x (cm). Theo bất đẳng thức tam giác :

$$7 - 2 < x < 7 + 2, \text{ tức là } 5 < x < 9.$$

Do x là một số tự nhiên lẻ nên x = 7.

Cạnh còn lại bằng 7cm.

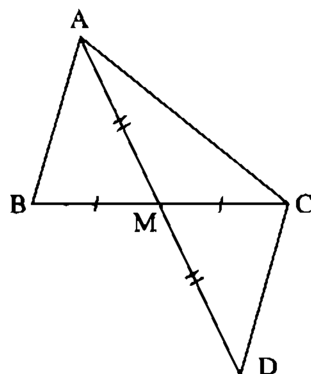
30. (h. 47) Vẽ điểm D sao cho M là trung điểm của AD.

Δ AMB = Δ DMC (c.g.c) nên AB = CD.

Xét Δ ACD : AD < AC + CD nên AD < AC + AB.

Do AD = 2AM nên 2AM < AC + AB.

Suy ra $AM < \dfrac{AB + AC}{2}$.



Hình 47

Bài tập bổ sung

3.1. Bộ ba không thoả mãn bất đẳng thức tam giác là 6cm, 7cm, 13cm. Chọn (C).

3.2. Tìm phương án để có bất đẳng thức tam giác.

Đáp số : (D).

3.3. a) Không có, vì 1 + 2 không lớn hơn 3.

b) Không có, vì 1,2 + 1 không lớn hơn 2,4.

3.4. a) Vì 3 + 3 < 7 nên tam giác cân đó có cạnh bên bằng 7cm và cạnh đáy bằng 3cm.

b) Cạnh bên bằng 8cm và cạnh đáy bằng 2cm.

c) Cạnh bên bằng 10cm và cạnh đáy bằng 5cm.

3.5. (h.bs.9).

Giả sử CD là một dây của đường tròn bán kính R và AB là một đường kính của nó. Ta có :

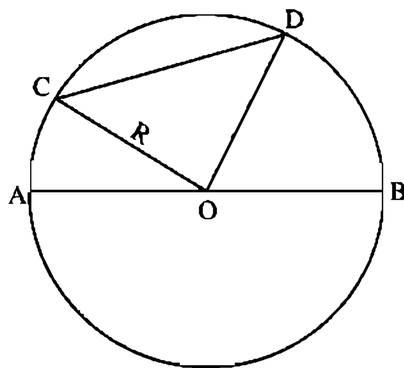
– Nếu C, O, D không thẳng hàng thì trong tam giác OCD có

$$CD < OC + OD = 2R = AB.$$

– Nếu C, O, D thẳng hàng thì

$$CD = OC + OD = 2R = AB.$$

Vậy trong mọi trường hợp ta luôn có đường kính là dây lớn nhất.

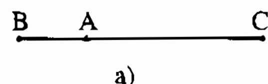


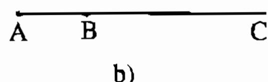
Hình bs.9

3.6. – Nếu A, B, C không thẳng hàng thì trong tam giác ABC ta có AB + AC > BC.

– Nếu A, B, C thẳng hàng và A ở giữa B và C hoặc trùng B, C (h.bs.10a) thì AB + AC = BC.

– Nếu A, B, C thẳng hàng và A ở ngoài B, C (h.bs.10b) thì AB + AC > BC.





Hình bs.10

Vậy với ba điểm A, B, C bất kì ta luôn có $AB + AC \geq BC$.

3.7. (h.bs.11)

Vì AB không song song với d nên AB cắt d tại N.

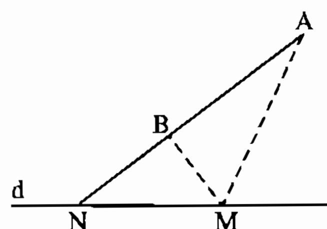
Với điểm M bất kì thuộc d mà M không trùng với N thì ta có tam giác MAB. Do đó

$$|MA - MB| < AB.$$

Khi $M \equiv N$ thì

$$|MA - MB| = AB.$$

Vậy $|MA - MB|$ lớn nhất là bằng AB, khi đó $M \equiv N$ là giao điểm của hai đường thẳng d và AB.



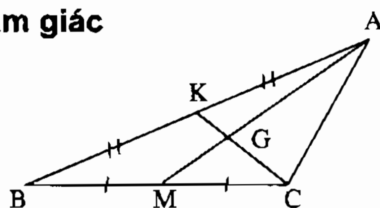
Hình bs.11

§4. Tính chất ba đường trung tuyến của tam giác

31. (h. 48) $GK = \frac{1}{3}CK$; $AG = 2GM$;

$$GK = \frac{1}{2}CG \ ; \ AM = \frac{3}{2}AG;$$

$$AM = 3GM.$$



Hình 48

32. (h. 49) Xét Δ ABC có các đường trung tuyến BD, CE bằng nhau. Gọi G là giao điểm của BD và CE.

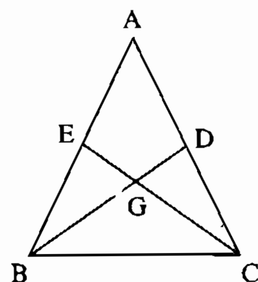
Ta có $BG = \frac{2}{3}BD$, $GD = \frac{1}{3}BD$, $CG = \frac{2}{3}CE$,

$GE = \frac{1}{3}CE$. Do BD = CE nên BG = CG, GD = GE.

Do đó Δ BGE = Δ CGD (c.g.c), suy ra BE = CD.

Ta lại có $BE = \frac{1}{2}AB$, $CD = \frac{1}{2}AC$ nên AB = AC.

Vậy Δ ABC là tam giác cân.



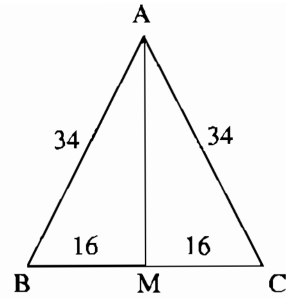
Hình 49

33. (h. 50) a) Δ AMB = Δ AMC (c.c.c)

$$\Rightarrow \widehat{AMB} = \widehat{AMC}.$$

Ta lại có $\widehat{AMB} + \widehat{AMC} = 180^o$

nên $\widehat{AMB} = \widehat{AMC} = 90^o$. Vậy AM $\perp$ BC.



Hình 50

b) Δ AMC vuông tại M nên theo định lí Py-ta-go :

$$AM^2 = AC^2 - MC^2 = 34^2 - 16^2 = 1156 - 256 = 900$$

$$\Rightarrow AM = 30cm.$$

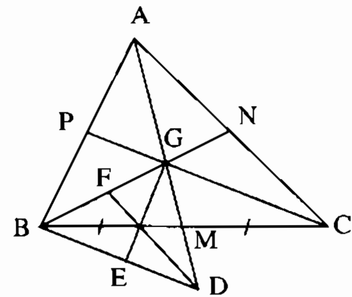
34. (h. 51) a) Gọi AM, BN, CP là các đường trung tuyến của Δ ABC. Ta có GD = AG = 2GM và GD = GM + MD nên GM = MD.

Δ BMD = Δ CMG (c.g.c), suy ra

$$BD = CG = \frac{2}{3}CP \quad (1)$$

Ta có $$BG = \frac{2}{3}BN \quad (2)$$

$$GD = AG = \frac{2}{3}AM. \quad (3)$$



Hình 51

Từ (1), (2), (3) suy ra các cạnh của Δ BGD bằng $\frac{2}{3}$ các đường trung tuyến của Δ ABC.

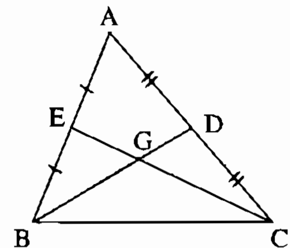
b) Gọi GE, DF là các đường trung tuyến của Δ BGD. Hãy chứng minh $BM = \frac{1}{2}BC$, $GE = \frac{1}{2}AB$, $DF = AN = \frac{1}{2}AC$.

35. (h. 52) Gọi G là giao điểm của BD và CE. Theo bất đẳng thức trong tam giác GBC :

$$GB + GC > BC = 10 \text{ cm}$$

$$\Rightarrow \frac{2}{3}BD + \frac{2}{3}CE > 10cm$$

$$\Rightarrow BD + CE > \frac{3}{2}.10cm = 15cm.$$

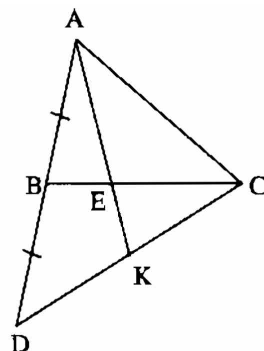


Hình 52

36. (h. 53) Xét Δ ACD, ta có CB là đường trung tuyến.

Điểm E thuộc đoạn CB và $CE = \frac{2}{3}CB$ nên E là trọng tâm của Δ ACD.

Do đó AK là đường trung tuyến của Δ ACD, vậy CK = KD.



Hình 53

37. (h. 54) a) Áp dụng kết quả của bài 64 chương II, SBT Toán 7 tập một vào các tam giác ABC và ABG, ta có :

$$DE // AB,\ \ DE = \frac{1}{2}AB,\ \ IK // AB,\ \ IK = \frac{1}{2}AB.$$

Do đó : DE // IK và DE = IK.

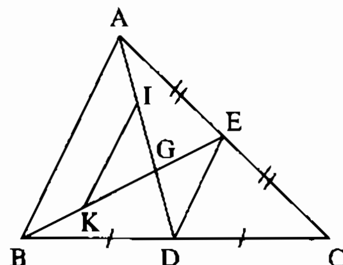
b) Δ GDE và Δ GIK có :

DE = IK (câu a))

$\widehat{GDE} = \widehat{GIK}$ (so le trong, DE//IK)

$\widehat{GED} = \widehat{GKI}$ (so le trong, DE//IK)

Do đó Δ GDE = Δ GIK (g.c.g), suy ra GD = GI.



Hình 54

Ta có GD = GI = IA nên $AG = \frac{2}{3}AD$.

Chú ý : Như vậy ta đã chứng minh được đường trung tuyến BE cắt đường trung tuyến AD tại điểm G có $AG = \frac{2}{3}AD$. Chứng minh tương tự, nếu kẻ đường trung tuyến CF thì đường trung tuyến CF cắt đường trung tuyến AD tại điểm G ' có $AG' = \frac{2}{3}AD$, tức là G ' trùng với G. Điều đó chứng tỏ rằng : Ba đường trung tuyến của một tam giác cùng đi qua một điểm. Dễ dàng chứng minh được điểm đó cách mỗi đỉnh của tam giác một khoảng bằng $\frac{2}{3}$ đường trung tuyến đi qua đỉnh ấy.

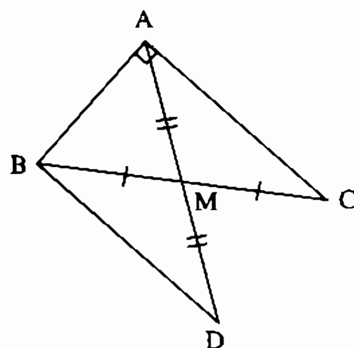
38. (h. 55) a) Δ AMC = Δ DMB (c.g.c), suy ra

$$AC = BD \text{ và } \widehat{C} = \widehat{MBD}.$$

Hai góc so le trong $\widehat{C}$ và $\widehat{MBD}$ bằng nhau nên AC // BD. Suy ra

$$\widehat{BAC} + \widehat{ABD} = 180^{o}$$

(góc trong cùng phía).



Hình 55

Ta đã có $\widehat{BAC} = 90^{o}$ nên $\widehat{ABD} = 90^{o}$.

b) Δ ABC và Δ BAD có :

AB : cạnh chung

$\widehat{BAC} = \widehat{ABD} = 90^{o}$

AC = BD (chứng minh trên).

Do đó Δ ABC = Δ BAD (c.g.c).

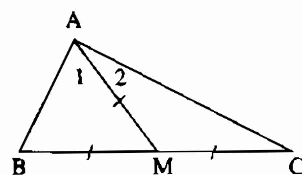
c) Từ câu b) suy ra BC = AD.

Ta lại có $AM = \frac{1}{2}AD$ nên $AM = \frac{1}{2}BC$.

Chú ý : Từ bài toán trên ta suy ra : Trong tam giác vuông, đường trung tuyến ứng với cạnh huyền bằng nửa cạnh huyền.

39. (h. 56) Ta có $AM = \frac{1}{2}BC$, BM = MC nên

$$AM = BM = MC.$$



Hình 56

Δ AMB có AM = BM nên là tam giác cân, suy ra

$$\widehat{B} = \widehat{A}_1. \qquad (1)$$

ΔAMC có AM = MC nên là tam giác cân, suy ra

$$\widehat{C} = \widehat{A}_2. \qquad (2)$$

Từ (1) và (2) suy ra :

$$\widehat{B} + \widehat{C} = \widehat{A}_1 + \widehat{A}_2 = \widehat{BAC}.$$

Ta lại có $\widehat{B} + \widehat{C} + \widehat{BAC} = 180^{o}$ (tổng ba góc của ΔABC) nên $\widehat{B} + \widehat{C} = \widehat{BAC} = 90^{o}$.

Vậy $\widehat{BAC} = 90^{o}$.

Chú ý. Từ bài toán trên ta suy ra : Nếu một tam giác có đường trung tuyến ứng với một cạnh bằng nửa cạnh ấy thì tam giác đó là tam giác vuông.

Bài tập bổ sung

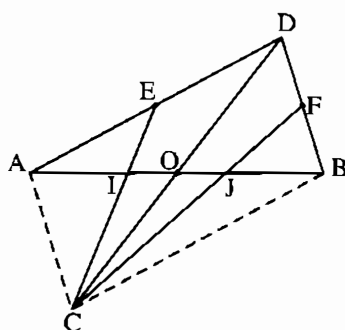
4.1. Do khoảng cách từ trọng tâm tới một đỉnh của tam giác bằng $\frac{2}{3}$ độ dài đường trung tuyến đi qua đỉnh đó nên E là trọng tâm của tam giác ABC. Chọn (B).

4.2. Do ba đường trung tuyến của một tam giác đồng quy tại trọng tâm của tam giác và trọng tâm cách mỗi đỉnh một khoảng bằng $\frac{2}{3}$ độ dài đường trung tuyến đi qua đỉnh đó nên (B) sai (vì $\frac{FG}{CG} = \frac{1}{2}$). Chọn (B).

4.3. (h.bs.12) Gọi O là giao điểm của hai đoạn thẳng AB và CD. Xét hai tam giác ACD và BCD. Từ giả thiết suy ra I, J lần lượt là trọng tâm của tam giác ACD và tam giác BCD. Do đó $OI = \frac{1}{3}AO$, $AI = \frac{2}{3}AO$, $OJ = \frac{1}{3}BO$, $BJ = \frac{2}{3}BO$.

Theo giả thiết AO = BO nên

$IJ = OI + OJ = \frac{2}{3}AO = AI = BJ$.



Hình bs.12

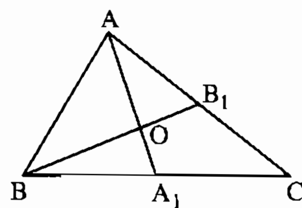
4.4. (h.bs.13) Ta có

$S_{AOB} = \frac{2}{3}S_{AA_1B}$ (vì $AO = \frac{2}{3}AA_1$) ;

$S_{ABA_1} = \frac{1}{2}S_{ABC}$ (vì $BA_1 = \frac{1}{2}BC$).

Từ đó suy ra $S_{ABC} = 2S_{ABA_1} = 3S_{AOB}$.

Nếu $S_{AOB} = 5cm^2$ thì $S_{ABC} = 3.5 = 15\ (cm^2)$.

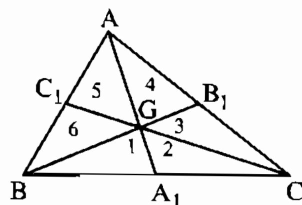


Hình bs.13

4.5. Xét sáu tam giác được đánh số là : 1, 2, 3, 4, 5, 6 (h. bs.14).

Chứng minh hoàn toàn tương tự như bài 4.4 ta có

$S_{GAB} = S_{GBC} = S_{GCA} = \frac{1}{3}S_{ABC}$.



Hình bs.14

Ta lại có

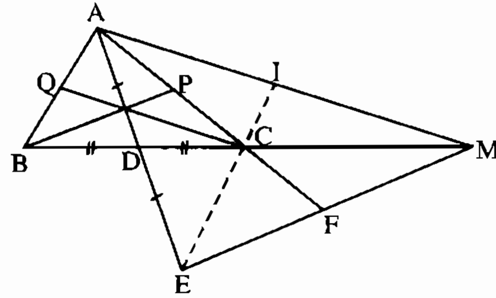
$S_1 = S_2$, $S_3 = S_4$, $S_5 = S_6$ (vì mỗi cặp tam giác có chung đường cao và hai đáy bằng nhau, vậy sáu tam giác 1, 2, 3, 4, 5, 6 có diện tích bằng nhau).

4.6. (h.bs.15)

a) Do AD = DE nên MD là một đường trung tuyến của tam giác AEM. Hơn nữa, do

$$CD = \frac{1}{2}CB = \frac{1}{2}CM$$

nên C là trọng tâm của tam giác AEM.



Hình bs.15

b) Các đường thẳng AC, EC lần lượt cắt EM, AM tại F, I. Tam giác AEM có các đường trung tuyến là AF, EI, MD. Ta có $\Delta ADB = \Delta EDC$ (c.g.c) nên AB = EC.

Vậy : $AC = \frac{2}{3}AF$; $BC = CM = \frac{2}{3}MD$; $AB = EC = \frac{2}{3}EI$.

c) Trước tiên, theo giả thiết, ta có AD = DE nên $AD = \frac{1}{2}AE$.

Gọi BP, CQ là các trung tuyến của ΔABC.

$\Delta BCP = \Delta MCF$ (c.g.c) $\Rightarrow BP = FM = \frac{1}{2}EM$. Ta sẽ chứng minh $CQ = \frac{1}{2}AM$.

Ta có

$\Delta ABD = \Delta ECD \Rightarrow \widehat{BAD} = \widehat{CED} \Rightarrow AB // EC \Rightarrow \widehat{QAC} = \widehat{ICA}$.

Hai tam giác ACQ và CAI có cạnh AC chung, $\widehat{QAC} = \widehat{ICA}$,

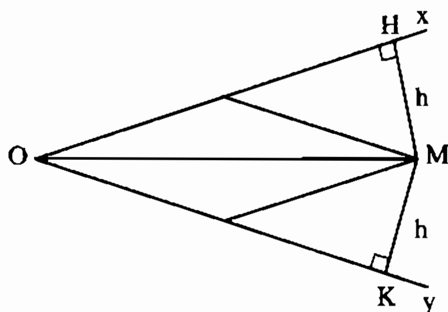
$AQ = \frac{1}{2}AB = \frac{1}{2}EC = IC$ nên chúng bằng nhau.

Vậy $CQ = AI = \frac{1}{2}AM$.

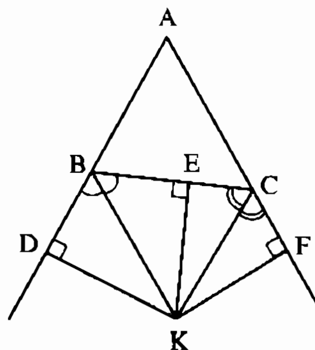
Tóm lại : $AD = \frac{1}{2}AE$, $BP = \frac{1}{2}EM$ và $CQ = \frac{1}{2}AM$.

§5. Tính chất tia phân giác của một góc

40. (h. 57) Kẻ MH ⊥ Ox, MK ⊥ Oy. Do chiều rộng của thước bằng h nên MH = MK = h. Do đó M thuộc tia phân giác của góc xOy.



Hình 57



Hình 58

41. (h. 58) Gọi K là giao điểm của hai đường phân giác của hai góc ngoài tại B và C.

Kẻ KD ⊥ AB, KE ⊥ BC, KF ⊥ AC.

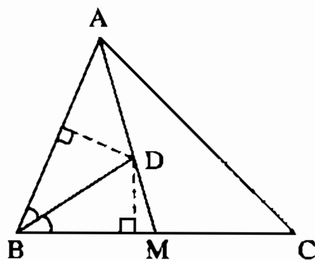
K thuộc tia phân giác của $\widehat{CBD}$ ⇒ KD = KE. (1)

K thuộc tia phân giác của $\widehat{BCF}$ ⇒ KE = KF. (2)

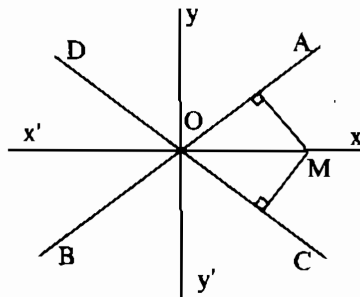
Từ (1) và (2) suy ra KD = KF.

Vậy K thuộc tia phân giác của $\widehat{BAC}$, tức là đường phân giác trong của góc A cũng đi qua điểm K.

42. (h. 59) Điểm D phải dựng là giao điểm của đường trung tuyến AM và tia phân giác của góc B.



Hình 59



Hình 60

43. (h. 60) Xét điểm M nằm trong góc AOC. Tập hợp các điểm M cách đều OA và OC là tia phân giác Ox của góc AOC.

Tương tự, xét điểm M nằm trong các góc AOD, DOB, BOC, tập hợp các điểm M là các tia phân giác Oy, Ox', Oy'.

Vậy tập hợp phải tìm gồm hai đường phân giác xx', yy' của các góc tạo bởi hai đường thẳng AB, CD.

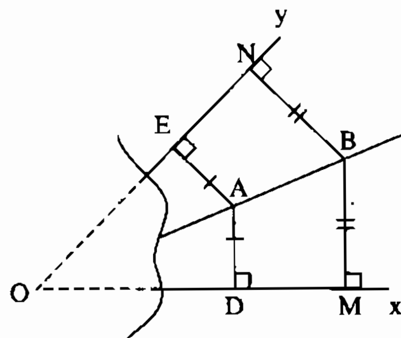
44. (h. 61) Đường thẳng AB là đường phân giác của góc xOy.

Giải thích :

AD = AE ⇒ A thuộc tia phân giác của góc xOy.

BM = BN ⇒ B thuộc tia phân giác của góc xOy.

Vậy AB là đường phân giác của góc xOy.



Hình 61

Bài tập bổ sung

5.1. Do M cùng cách Ox, Oy những khoảng bằng nhau nên M nằm trên tia phân giác của góc xOy. Gọi A là chân đường vuông góc kẻ từ M đến Ox thì tam giác vuông AOM là "một nửa" tam giác đều.

Vậy OM = 2MA = 4cm. Chọn (C).

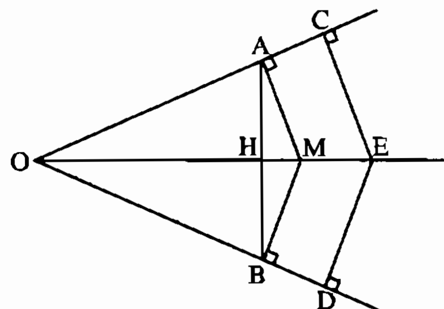
5.2. Dễ thấy OMAN là một hình vuông nên OM = ON = AM = 3cm.

Cách khác : Do A nằm trên tia phân giác của góc xOy nên tam giác MAO vuông cân tại M, bởi vậy MO = MA = 3cm.

Tương tự, NO = NA = 3cm. Chọn (C).

5.3. (h.bs.16)

a) Gọi H là giao điểm của AB và OM. Xét hai tam giác vuông AOM và BOM. Ta có cạnh huyền OM chung, MA = MB (vì M thuộc tia phân giác của góc O). Vậy $\Delta AOM = \Delta BOM$. Suy ra OA = OB. Từ đó có $\Delta AOH = \Delta BOH$ (c.g.c). Suy ra $\widehat{OHA} = \widehat{OHB} = 90^o$, tức là $OM \perp AB$.



Hình bs.16

b) Để chứng minh OE là tia phân giác của góc O, ta cần chứng minh hai tam giác vuông COE và DOE bằng nhau. Hai tam giác này có cạnh huyền OE chung và OC = OD (giả thiết) nên chúng bằng nhau. Suy ra $\widehat{EOC} = \widehat{EOD}$, hay OE là tia phân giác của góc O.

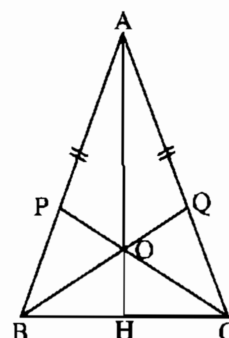
5.4. (h.bs.17)

a) Ta sẽ chứng minh tam giác OBC có hai góc OBC và OCB bằng nhau.

Ta có $\Delta ABQ = \Delta ACP$ (c.g.c) nên $\widehat{ACP} = \widehat{ABQ}$.

Mặt khác $\widehat{ACB} = \widehat{ABC}$ do tam giác ABC cân tại A nên $\widehat{OCB} = \widehat{OBC}$. Suy ra tam giác OBC cân tại O.

b) Hai tam giác AOB và AOC có cạnh AO chung, AB = AC (giả thiết), OB = OC (theo a)). Vậy $\Delta AOB = \Delta AOC$ (c.c.c). Suy ra $\widehat{OAB} = \widehat{OAC}$ hay AO là tia phân giác của góc BAC. Suy ra O cách đều hai cạnh AB, AC.



Hình bs.17

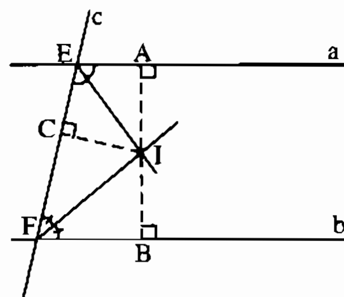
c) Gọi giao điểm của AO với BC là H. Hai tam giác AHB và AHC có cạnh AH chung, AB = AC và $\widehat{BAH} = \widehat{CAH}$ (theo b)). Vậy $\Delta AHB = \Delta AHC$. Suy ra HB = HC và $\widehat{AHB} = \widehat{AHC} = 90^o$, tức là $AO \perp BC$ và AO đi qua trung điểm của BC.

5.5. (h.bs.18)

Gọi A, B, C lần lượt là chân đường vuông góc kẻ từ I đến a, b, c. Xét hai góc trong cùng phía E và F. Do I thuộc tia phân giác của góc E nên IA = IC. (1)

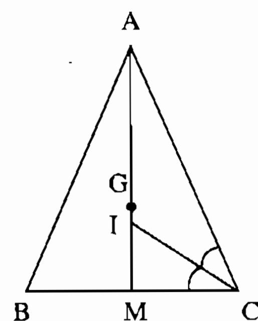
Do I thuộc tia phân giác của góc F nên IC = IB. (2)

Từ (1) và (2) suy ra IA = IB = IC, tức là I cách đều ba đường thẳng a, b, c.



Hình bs.18

§6. Tính chất ba đường phân giác của tam giác



Hình 62

45. (h. 62) G là trọng tâm của ΔABC nên G thuộc đường trung tuyến AM. (1)

Trong tam giác cân, đường phân giác của góc ở đỉnh cũng là đường trung tuyến nên I cũng thuộc đường trung tuyến AM. (2)

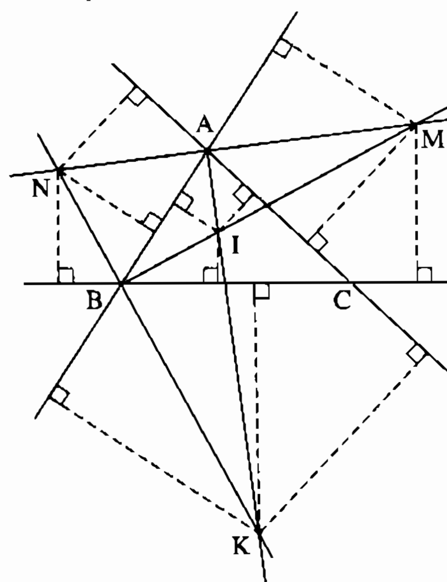
Từ (1) và (2) suy ra A, G, I thẳng hàng.

46. (h. 63) Điểm cách đều các đường thẳng AB và BC nằm trên các đường phân giác (trong và ngoài) của góc B.

Điểm cách đều các đường thẳng AB và AC nằm trên các đường phân giác (trong và ngoài) của góc A.

Điểm cách đều các đường thẳng AB, BC, CA là giao điểm của các đường phân giác trên, đó là bốn điểm I, K, M, N.

Để khoảng cách nói trên là ngắn nhất, ta chọn điểm I, giao điểm của các đường phân giác trong của ΔABC.



Hình 63

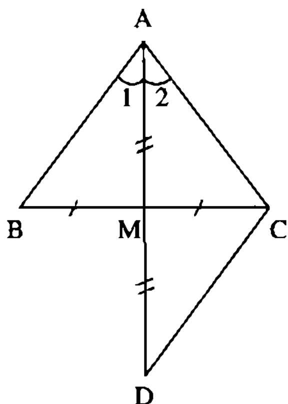
47. (h. 64) Kéo dài AM đoạn MD = AM.

$$\Delta AMB = \Delta DMC \text{ (c.g.c)} \Rightarrow \widehat{A}_1 = \widehat{D},\ AB = CD. \quad (1)$$

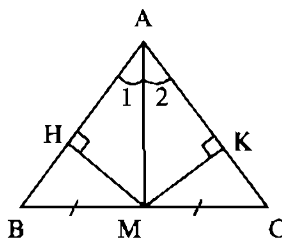
Ta có $\widehat{A}_1 = \widehat{A}_2$, $\widehat{A}_1 = \widehat{D}$ nên $\widehat{A}_2 = \widehat{D}$. Do đó ΔACD cân, suy ra

$$AC = CD. \quad (2)$$

Từ (1) và (2) suy ra AB = AC. Vậy ΔABC là tam giác cân.



Hình 64



Hình 65

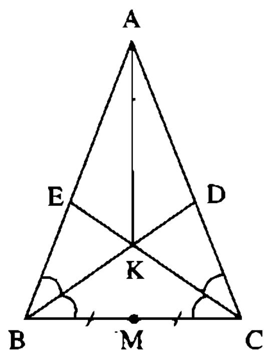
Cách giải khác. Kẻ MH ⊥ AB, MK ⊥ AC (h.65). AM là tia phân giác của góc A nên MH = MK.

ΔMHB = ΔMKC (cạnh huyền – cạnh góc vuông) ⇒ $\widehat{B} = \widehat{C}$.

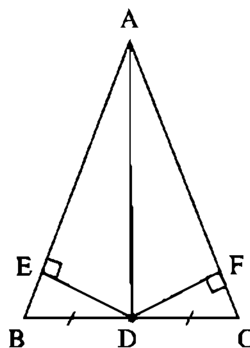
Vậy ΔABC là tam giác cân.

48. (h. 66) Các đường phân giác BD và CE cắt nhau ở K nên AK là đường phân giác của góc A.

Trong tam giác cân, đường phân giác của góc ở đỉnh cũng là đường trung tuyến, do đó AK đi qua trung điểm M của BC.



Hình 66



Hình 67

49. (h. 67) ΔABC cân tại A nên đường trung tuyến AD cũng là đường phân giác.

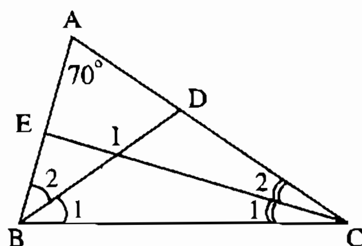
Theo tính chất tia phân giác của một góc, D thuộc tia phân giác của góc A nên cách đều hai cạnh của góc, do đó DE = DF.

50. (h.68) ΔABC có $\widehat{A} = 70^o$ nên

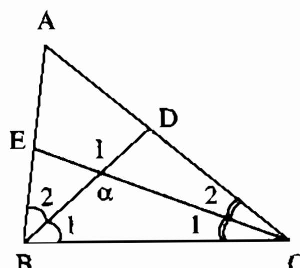
$$\widehat{B} + \widehat{C} = 180^o - 70^o = 110^o.$$

Do $\hat{B}_1 = \hat{B}_2$, $\hat{C}_1 = \hat{C}_2$ nên $\hat{B}_1 + \hat{C}_1 = \dfrac{\hat{B} + \hat{C}}{2} = \dfrac{110^o}{2} = 55^o$.

$$\widehat{BIC} = 180^o - (\hat{B}_1 + \hat{C}_1) = 180^o - 55^o = 125^o.$$



Hình 68



Hình 69

51. (h. 69) a) ΔBIC có $\widehat{BIC} = 120^o$ nên

$$\hat{B}_1 + \hat{C}_1 = 180^o - 120^o = 60^o.$$

Suy ra : $\hat{B} + \hat{C} = 60^o . 2 = 120^o$.

Do đó : $\hat{A} = 180^o - 120^o = 60^o$.

b) $\hat{B}_1 + \hat{C}_1 = 180^o - \alpha$

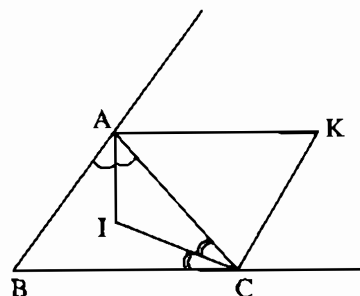
$$\hat{B} + \hat{C} = 2(180^o - \alpha) = 360^o - 2\alpha$$

$$\hat{A} = 180^o - (\hat{B} + \hat{C}) = 180^o - (360^o - 2\alpha)$$

$$= 180^o - 360^o + 2\alpha = 2\alpha - 180^o.$$

52. (h. 70) Các đường phân giác của các góc ngoài tại A và C của ΔABC cắt nhau tại K nên BK là tia phân giác của góc B (xem bài 41).

Các tia phân giác các góc A và C của ΔABC cắt nhau tại I nên BI là tia phân giác của góc B. Do đó ba điểm B, I, K thẳng hàng.



Hình 70

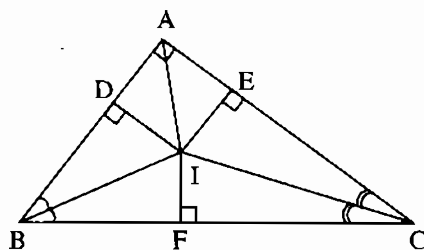
53. (h. 71) a) AI là tia phân giác của góc A nên

$$ID = IE. \quad (1)$$

Các tam giác vuông ADI, AEI có $\widehat{DAI} = \widehat{EAI} = 45^o$ nên là tam giác vuông cân, do đó

$$AD = ID, AE = IE. \quad (2)$$

Từ (1) và (2) suy ra AD = AE.



Hình 71

b) Áp dụng định lí Py-ta-go trong tam giác vuông ABC :

$$BC^2 = AB^2 + AC^2 = 6^2 + 8^2$$
$$= 36 + 64 = 100$$

$\Rightarrow$ BC = 10 (cm).

Kẻ IF $\perp$ BC. ΔIBD = ΔIBF (cạnh huyền – góc nhọn) $\Rightarrow$ BD = BF.

ΔICE = ΔICF (cạnh huyền – góc nhọn) $\Rightarrow$ CE = CF.

Ta có :

$$AB + AC - BC = AD + DB + AE + EC - BF - CF.$$

Do BD = BF, CE = CF nên :

$$AB + AC - BC = AD + AE$$
$$\Rightarrow 6 + 8 - 10 = AD + AE$$
$$\Rightarrow AD + AE = 4 \text{ (cm)}.$$

Theo câu a) ta có AD = AE nên AD = AE = 2cm.

Bài tập bổ sung

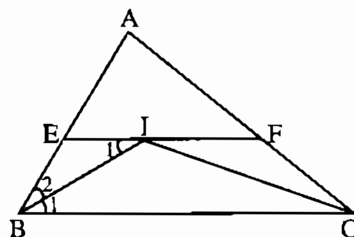
6.1. Điểm O cách đều AB, AC nên O thuộc tia phân giác của góc A. Mặt khác, O thuộc tia phân giác của góc B nên O là giao điểm của ba đường phân giác của tam giác ABC. Vậy (B) sai còn (A), (C), (D) đúng.

Đáp số : (B).

6.2. Tam giác ABC có $\widehat{A} = \widehat{B} + \widehat{C}$ nên nó vuông tại A ; AO, CO lần lượt là tia phân giác của $\widehat{A}$ và $\widehat{C}$ nên BO là tia phân giác của $\widehat{B}$. Ta có $\widehat{OBC} + \widehat{OCB} = \frac{1}{2}(\widehat{B} + \widehat{C}) = 45^o$ nên $\widehat{BOC} = 135^o$. Chọn (C).

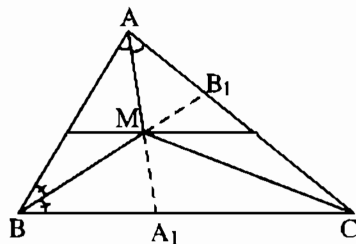
6.3. (h.bs.19). Vì điểm I cách đều ba cạnh của tam giác ABC và nằm trong tam giác nên I là giao điểm của ba đường phân giác của tam giác ABC, tức là BI, CI lần lượt là tia phân giác của góc B và góc C. Do EF//BC nên $\widehat{B}_1 = \widehat{I}_1$ (so le trong), suy ra $\widehat{I}_2 = \widehat{B}_2$. Vậy tam giác EBI cân tại E, tức là EI = EB. Tương tự ta có FI = FC.

Vậy EF = EI + IF = BE + CF.



Hình bs.19

6.4. (h.bs.20)



Hình bs.20

Do ba đường phân giác của một tam giác đồng quy tại một điểm nên CM là tia phân giác của góc C.

a) $\frac{1}{2}(\widehat{A} + \widehat{B}) = \widehat{MAB} + \widehat{MBA} = 180^o - \widehat{AMB}$

$= 180^o - 136^o = 44^o.$

Suy ra $\widehat{A} + \widehat{B} = 2.44^o = 88^o$. Suy ra $\widehat{C} = 180^o - 88^o = 92^o$.

Vậy $\widehat{ACM} = \widehat{BCM} = 92^o : 2 = 46^o$.

b) Ta có $\frac{1}{2}(\widehat{A} + \widehat{B}) = 180^o - 111^o = 69^o$. Suy ra $\widehat{A} + \widehat{B} = 138^o$.

Suy ra $\widehat{C} = 180^o - 138^o = 42^o$. Vậy $\widehat{ACM} = \widehat{BCM} = 21^o$.

§7. Tính chất đường trung trực của một đoạn thẳng

54. (h. 72) ΔABC cân tại A ⇒ AB = AC

⇒ A thuộc đường trung trực của BC.

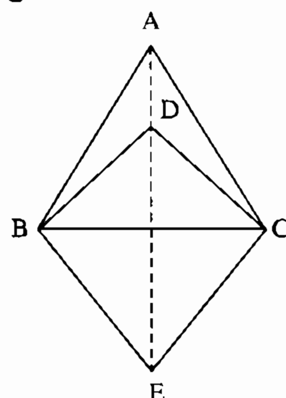
ΔDBC cân tại D ⇒ DB = DC

⇒ D thuộc đường trung trực của BC.

ΔEBC cân tại E ⇒ EB = EC

⇒ E thuộc đường trung trực của BC.

Vậy ba điểm A, D, E thẳng hàng.

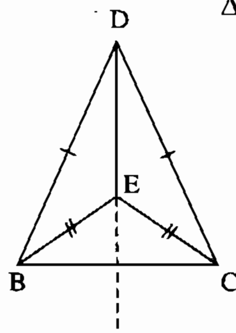


Hình 72

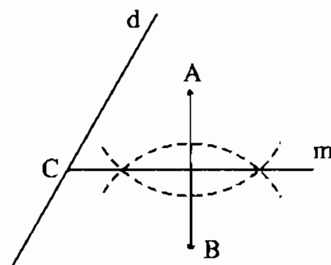
55. (h. 73) D thuộc đường trung trực của BC ⇒ DB = DC.

E thuộc đường trung trực của BC ⇒ EB = EC.

ΔBDE = ΔCDE (c.c.c)



Hình 73



Hình 74

56. (h. 74) Vẽ đường thẳng m là đường trung trực của AB. Giao điểm của m với d là điểm C phải tìm.

Chú ý : Nếu AB ⊥ d thì không tìm được điểm C.

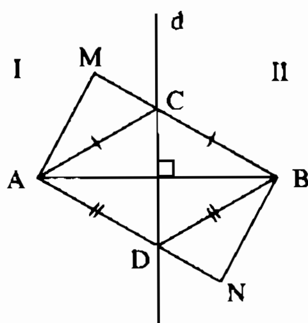
57. (h. 75) a) Gọi C là giao điểm của MB và d. Ta có : CA = CB (tính chất đường trung trực).

Do đó : MB = MC + CB = MC + CA.

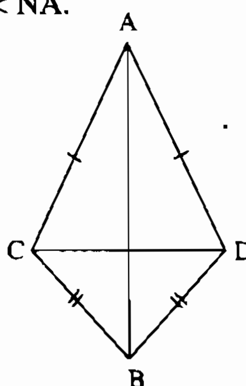
Xét ΔACM : MA < MC + CA.

Do đó MA < MB.

b) Chứng minh tương tự câu a) ta được NB < NA.



Hình 75



Hình 76

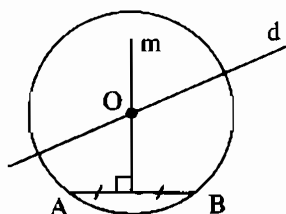
58. (h. 76) AC = AD ⇒ A thuộc đường trung trực của CD.

BC = BD ⇒ B thuộc đường trung trực của CD.

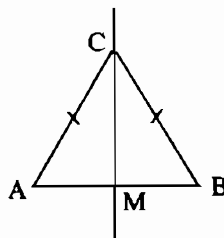
Vậy AB là đường trung trực của CD, do đó AB ⊥ CD.

59. (h. 77) Vẽ đường trung trực m của AB. Giao điểm của m và d là tâm O phải dựng.

Chú ý : Trường hợp m // d thì không dựng được điểm O. Trường hợp m trùng d thì có vô số điểm O, do đó có vô số đường tròn thoả mãn bài toán.



Hình 77



Hình 78

60. (h. 78) Các điểm C phải tìm có tính chất CA = CB và ba điểm A, B, C không thẳng hàng. Tập hợp các điểm C là đường trung trực của AB, trừ trung điểm M của AB.

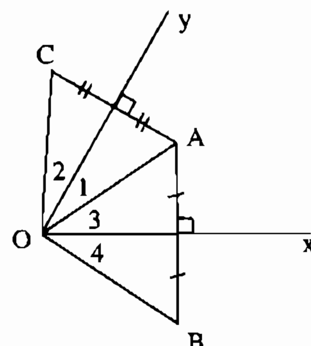
61. (h. 79) a) Ox là đường trung trực của AB

$\Rightarrow OA = OB$ (1)

Oy là đường trung trực của AC

$\Rightarrow OA = OC.$ (2)

Từ (1) và (2) suy ra OB = OC.



Hình 79

b) ΔAOC cân tại O $\Rightarrow \widehat{O}_1 = \widehat{O}_2$;

ΔAOB cân tại O $\Rightarrow \widehat{O}_3 = \widehat{O}_4$.

Suy ra : $\widehat{O}_1 + \widehat{O}_3 = \widehat{O}_2 + \widehat{O}_4$.

Do đó :

$$\widehat{O}_1 + \widehat{O}_3 + \widehat{O}_2 + \widehat{O}_4 = 2(\widehat{O}_1 + \widehat{O}_3) = 2.\widehat{xOy}$$

$$= 2.60^o = 120^o.$$

Vậy $\widehat{BOC} = 120^o$.

62. (h. 80) a) Gọi H là giao điểm của đường thẳng a với AC.

$\Delta MHA = \Delta MHC$ (c.g.c) $\Rightarrow MA = MC$.

Do đó

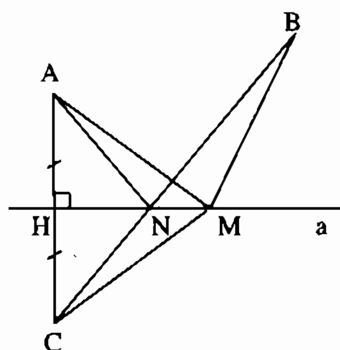
$$MA + MB = MC + MB.$$

Gọi N là giao điểm của đường thẳng a với BC (dễ chứng minh NA = NC).

Nếu M không trùng với N thì

$$MA + MB = MC + MB > BC$$

(bất đẳng thức trong ΔBMC).



Hình 80

Nếu M trùng với N thì

$$MA + MB = NA + NB = NC + NB = BC.$$

Vậy $MA + MB \geq BC$.

b) Từ câu a) ta suy ra : Khi M trùng với N thì tổng MA + MB là nhỏ nhất.

63. Áp dụng kết quả của bài 62.

Bài tập bổ sung

7.1. Vì M thuộc đường trung trực của đoạn thẳng AB nên MA = MB. Tương tự, NA = NB. Ta có $\Delta AMN = \Delta BMN$ (c.c.c) nên các khẳng định (A), (B), (C) sai và (D) đúng.

Đáp số : (D).

7.2. Hai tam giác cân ABC và ABD có chung đáy AB nên có CA = CB và DA = DB. Suy ra CD là đường trung trực của đoạn thẳng AB, do đó E thuộc CD.

Tam giác ABC là tam giác đều nên có AB = AC = BC, suy ra đường trung trực của BC đi qua A và đường trung trực của AC đi qua B.

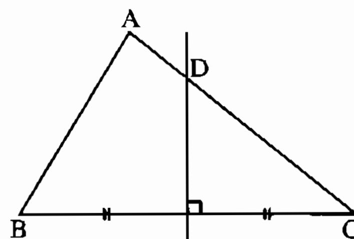
Đáp số : (B).

7.3. (h.bs.21)

a) Vì D thuộc đường trung trực của BC nên DB = DC. Mặt khác, D ở giữa A và C nên AD = AC – DC.

Nếu BD = 5cm ; AC = 8cm thì CD = BD = 5cm và AD = 8 – 5 = 3 (cm).

b) AC = AD + DC = AD + BD
= 3,2 + 11,4 = 14,6(cm).



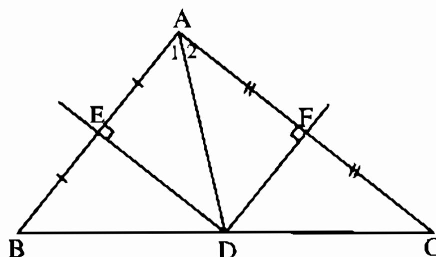
Hình bs.21

7.4. (h.bs.22)

a) Vì ba đường trung trực của tam giác đồng quy nên D thuộc đường trung trực của cạnh BC. Mặt khác đường trung trực của cạnh BC đi qua trung điểm của BC nên D là trung điểm của cạnh BC.

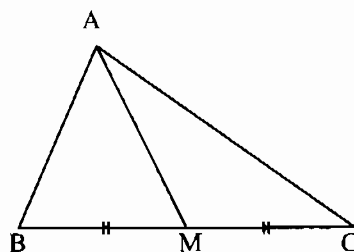
b) Ta có $\Delta DEB = \Delta DEA$ (c.g.c) nên $\widehat{B} = \widehat{A_1}$. Tương tự $\widehat{C} = \widehat{A_2}$.

Suy ra $\widehat{A} = \widehat{A_1} + \widehat{A_2} = \widehat{B} + \widehat{C}$.



Hình bs.22

7.5. (h.bs.23)

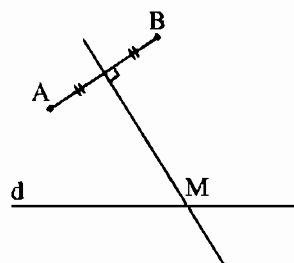


Hình bs.23

Vì AM là đường trung tuyến của tam giác ABC nên M là trung điểm của cạnh BC.

Giả sử AM ⊥ BC. Khi đó AM là đường trung trực của đoạn thẳng BC. Suy ra AB = AC. Điều này mâu thuẫn với giả thiết AB ≠ AC. Vậy trung tuyến AM không vuông góc với BC.

7.6. (h.bs.24)



Hình bs.24

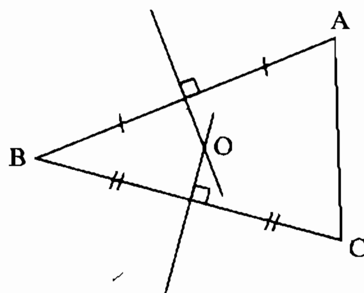
Ta có $|MA - MB| \geq 0$ với một điểm M tuỳ ý và $|MA - MB| = 0$ chỉ với các điểm M mà MA = MB, tức là chỉ với các điểm M nằm trên đường trung trực của đoạn thẳng AB.

Mặt khác M phải thuộc d. Vậy M là giao điểm của đường thẳng d và đường trung trực của đoạn thẳng AB. Có giao điểm này vì AB không vuông góc với d.

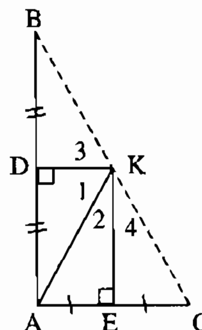
Tóm lại : Khi M là giao điểm của d và đường trung trực của đoạn thẳng AB thì $|MA - MB|$ đạt giá trị nhỏ nhất và bằng 0.

§8. Tính chất ba đường trung trực của tam giác

64. (h. 81) Điểm O phải tìm là giao điểm các đường trung trực của ΔABC.



Hình 81



Hình 82

65. (h. 82) KD là đường trung trực của AB ⇒ KA = KB ⇒ ΔKAB cân tại K

$$\Rightarrow \widehat{K}_1 = \widehat{K}_3 \Rightarrow \widehat{AKB} = 2\widehat{K}_1.$$

KE là đường trung trực của AC $\Rightarrow$ KA = KC $\Rightarrow \Delta$KAC cân tại K

$$\Rightarrow \widehat{K}_2 = \widehat{K}_4 \Rightarrow \widehat{AKC} = 2\widehat{K}_2.$$

Suy ra $$\widehat{AKB} + \widehat{AKC} = 2\widehat{K}_1 + 2\widehat{K}_2 = 2(\widehat{K}_1 + \widehat{K}_2) = 2\widehat{DKE}. \quad (1)$$

Ta lại có DA // KE (cùng vuông góc với AC) mà $\widehat{D} = 90^o$ nên

$$\widehat{DKE} = 90^o. \quad (2)$$

Từ (1) và (2) suy ra : $\widehat{AKB} + \widehat{AKC} = 180^o$.

Vậy B, K, C thẳng hàng.

66. a) Theo hình 82 của bài 65 ta suy ra điểm K nằm trên cạnh huyền BC của ΔABC vuông tại A.

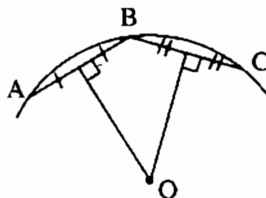
Điểm K là giao điểm của các đường trung trực của AB, AC nên KB = KA, KA = KC, do đó KB = KC. Điểm K lại nằm trên cạnh BC nên K là trung điểm của BC. Do đó đường trung trực của BC cũng đi qua K.

Vậy các đường trung trực của tam giác vuông đi qua trung điểm của cạnh huyền.

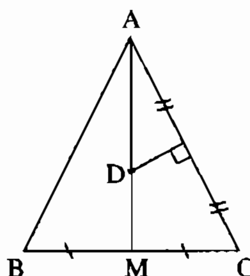
b) Theo chứng minh ở câu a), trung điểm K của BC có tính chất KB = KC = KA. Vậy đường trung tuyến AK bằng nửa cạnh huyền BC.

67. (h. 83) Gọi A, B, C là ba điểm trên đường viền. Kẻ các đường trung trực của AB và của BC, chúng cắt nhau tại O.

Điểm O cách đều ba điểm A, B, C nên là tâm của đường tròn.



Hình 83



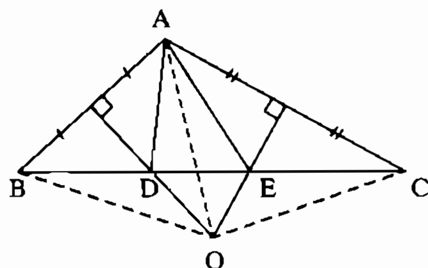
Hình 84

68. (h. 84) ΔABC cân tại A, AM là trung tuyến nên AM cũng là đường trung trực của BC. D là giao điểm của các đường trung trực của BC và của AC nên D cũng thuộc đường trung trực của AB. Vậy DA = DB.

69. (h. 85) a) D thuộc đường trung trực của AB nên DA = DB, vậy ΔABD cân tại D.

E thuộc đường trung trực của AC nên EA = EC, vậy ΔACE cân tại E.

b) O là giao điểm các đường trung trực của ΔABC nên OA = OB = OC. Do đó đường tròn (O ; OA) đi qua A, B, C.



Hình 85

Bài tập bổ sung

8.1. Vì O thuộc đường trung trực của cạnh AB nên OA = OB. Vì ba đường trung trực của một tam giác đồng quy nên OA là đường trung trực của BC, do đó $OA \perp BC$. Vì tam giác ABC cân tại A nên đường trung trực AO đồng thời là đường phân giác của góc A, do đó $\Delta AOB = \Delta AOC$, suy ra $\widehat{AOB} = \widehat{AOC}$. Do tam giác ABC cân tại A nhưng không là tam giác đều nên O không là giao điểm của ba đường phân giác của tam giác ABC. Vậy O không cách đều ba cạnh của tam giác ABC.

Đáp số : (C).

8.2. Xem bài tập 66.
Chọn (D).

8.3. (h.bs.25)

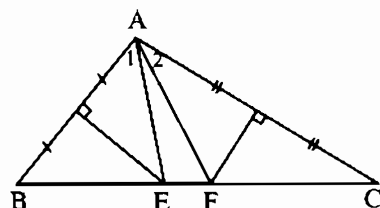
Vì E thuộc đường trung trực của đoạn thẳng AB nên EA = EB, hay tam giác EAB cân tại đỉnh E. Suy ra $\widehat{B} = \widehat{A_1}$. Tương tự, có $\widehat{C} = \widehat{A_2}$. Ta có

$\widehat{EAF} = \widehat{A} - (\widehat{A_1} + \widehat{A_2}) = \widehat{A} - (\widehat{B} + \widehat{C})$.

Mặt khác

$\widehat{B} + \widehat{C} = 180^\circ - \widehat{A} = 180^\circ - 100^\circ = 80^\circ$.

Do đó $\widehat{EAF} = 100^\circ - 80^\circ = 20^\circ$.

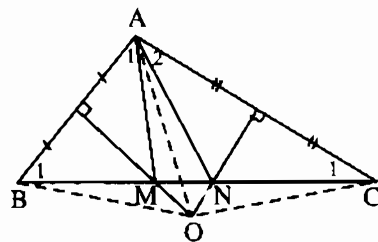


Hình bs.25

8.4. (h.bs.26)

Theo bài 8.3 ta đã có $\widehat{A_1} = \widehat{B_1}$, $\widehat{A_2} = \widehat{C_1}$. (1)

Ta có O là giao điểm của ba đường trung trực của tam giác ABC nên OA = OB = OC,



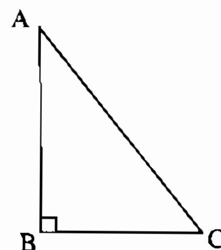
Hình bs.26

hay các tam giác OAB, OAC và OBC cân tại O. Suy ra $\widehat{OAB} = \widehat{OBA}$, $\widehat{OAC} = \widehat{OCA}$, $\widehat{OBC} = \widehat{OCB}$. Kết hợp với (1), ta có $\widehat{OBM} = \widehat{OAM}$, $\widehat{OCN} = \widehat{OAN}$, hay $\widehat{OAM} = \widehat{OBC} = \widehat{OCB} = \widehat{OAN}$. Vậy AO là tia phân giác của góc MAN.

§9. Tính chất ba đường cao của tam giác

70. (h. 86) Trong ΔABC vuông tại B : $AB \perp BC$ nên AB là đường cao, $CB \perp AB$ nên CB là đường cao.

B là giao điểm của các đường cao kẻ từ A và từ C nên là trực tâm của tam giác ABC.



Hình 86

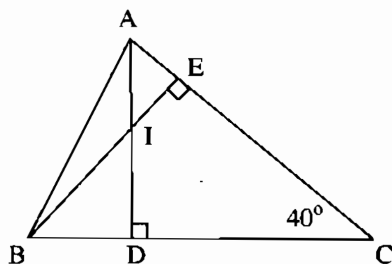
71. (h. 87) a) Xét ΔABC, các đường cao AD, BE cắt nhau tại I nên I là trực tâm của tam giác. Vậy $CI \perp AB$.

b) Tam giác BEC vuông tại E, ta có :

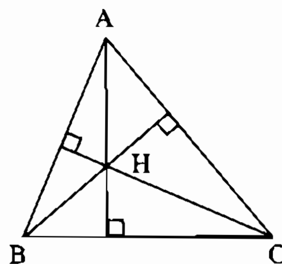
$$\widehat{EBC} = 90^o - \hat{C} = 90^o - 40^o = 50^o.$$

Tam giác BID vuông tại D, ta có : $\widehat{BID} = 90^o - \widehat{IBD} = 90^o - 50^o = 40^o$.

$$\widehat{DIE} = 180^o - \widehat{BID} = 180^o - 40^o = 140^o.$$



Hình 87



Hình 88

72. (h. 88) Trực tâm của ΔHAB là điểm C.

Trực tâm của ΔHAC là điểm B.

Trực tâm của ΔHBC là điểm A.

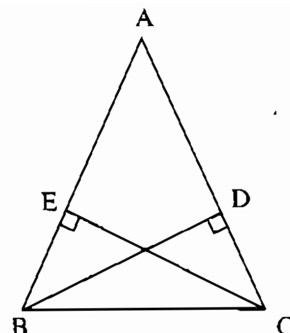
73. (h. 89) ΔBEC và ΔCDB có $\widehat{E} = \widehat{D} = 90^o$

cạnh huyền BC chung,

cạnh góc vuông BD = CE.

Do đó $\Delta BEC = \Delta CDB$ (cạnh huyền – cạnh góc vuông). Suy ra $\widehat{EBC} = \widehat{DCB}$.

Tam giác ABC có hai góc bằng nhau nên là tam giác cân.

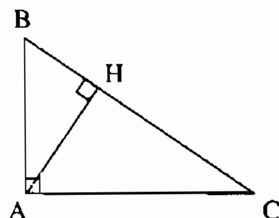


Hình 89

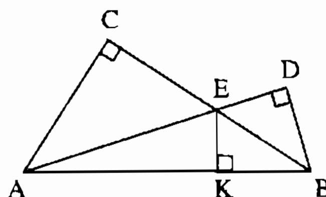
74. (h. 90) Trực tâm của ΔABC là A.

Trực tâm của ΔAHB là H.

Trực tâm của ΔAHC là H.



Hình 90



Hình 91

75. (h. 91) Các đường thẳng AC, BD, KE cùng đi qua một điểm vì chúng là các đường cao của ΔEAB : $EK \perp AB$, $AC \perp BE$, $BD \perp AE$.

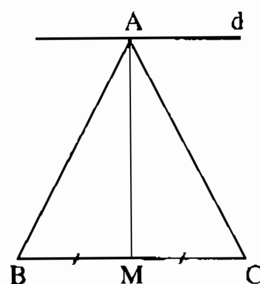
76. (h. 92) ΔABC cân tại A, AM là đường trung tuyến nên AM là đường cao, do đó

$$AM \perp BC. \qquad (1)$$

Ta lại có

$$d \perp AM. \qquad (2)$$

Từ (1) và (2) suy ra d // BC.

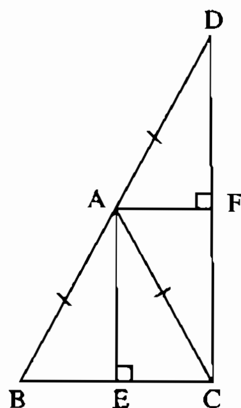


Hình 92

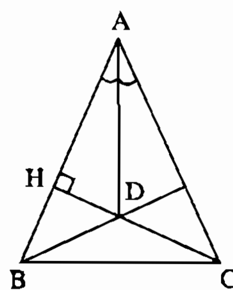
77. (h. 93) a) ΔABC cân tại A, AE là đường cao nên AE là đường phân giác.

ΔACD cân tại A, AF là đường cao nên AF là đường phân giác.

AE và AF là các tia phân giác của hai góc kề bù $\widehat{BAC}$, $\widehat{CAD}$ nên AE ⊥ AF.



Hình 93



Hình 94

78. (h. 94) Trong tam giác cân, đường phân giác của góc ở đỉnh cũng là đường cao, do đó AD ⊥ BC.

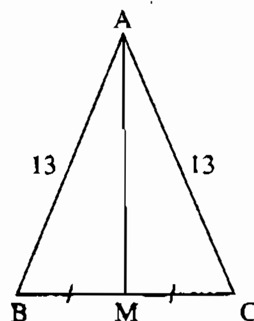
Xét ΔABC, ta có AD ⊥ BC, CH ⊥ AB, AD và CH cắt nhau ở D nên D là trực tâm của tam giác. Vậy BD ⊥ AC.

79. (h. 95) ΔABC cân tại A nên đường trung tuyến AM cũng là đường cao.

Xét ΔAMC vuông tại M :

$$AM^2 = AC^2 - MC^2 = 13^2 - 5^2$$
$$= 169 - 25 = 144 = 12^2.$$

Vậy AM = 12cm.

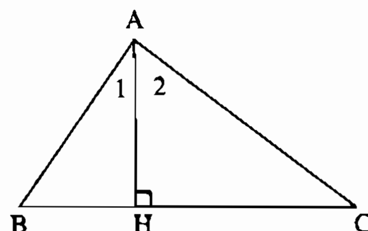


Hình 95

80. (h. 96) ΔABC có AC > AB nên $\widehat{B} > \widehat{C}$.

Ta lại có $\widehat{B} + \widehat{A}_1 = 90^o$, $\widehat{C} + \widehat{A}_2 = 90^o$ nên $\widehat{B} + \widehat{A}_1 = \widehat{C} + \widehat{A}_2$.

Do $\widehat{B} > \widehat{C}$ nên $\widehat{A}_1 < \widehat{A}_2$.



Hình 96

Chú ý : Sẽ sai lầm nếu giải như sau :

Đường xiên AC > AB nên hình chiếu HC > HB.

Do HC > HB nên $\widehat{A}_2 > \widehat{A}_1$ (đối diện với cạnh lớn là góc lớn) (!)

Từ HC > HB không suy ra được $\widehat{A}_2 > \widehat{A}_1$ vì HC, HB, $\widehat{A}_2$, $\widehat{A}_1$ là các cạnh và các góc trong *hai* tam giác. Trong hai tam giác bất kì, không thể khẳng định đối diện với cạnh lớn hơn là góc lớn hơn.

81. (h. 97) a) ΔABC và ΔCEA có :

AC : cạnh chung,

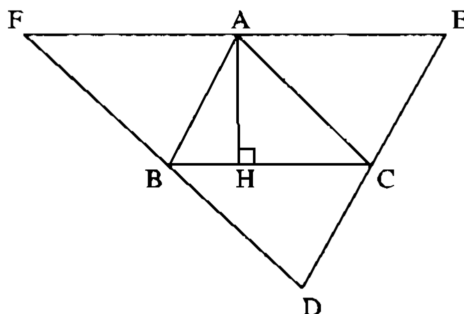
$$\widehat{CAB} = \widehat{ACE}$$

(so le trong, AB // DE),

$$\widehat{ACB} = \widehat{CAE}$$

(so le trong, BC // EF).

Do đó $\Delta ABC = \Delta CEA$ (g.c.g), suy ra BC = AE.



Hình 97

Chứng minh tương tự, BC = AF. Do đó A là trung điểm của EF.

b) Gọi AH là đường cao của ΔABC. Ta có $AH \perp BC$, EF//BC nên $AH \perp EF$. Ta lại có A là trung điểm của EF nên AH là đường trung trực của EF. Như vậy đường cao AH của ΔABC là đường trung trực của EF.

Chứng minh tương tự, đường cao BI của ΔABC là đường trung trực của DF, đường cao CK của ΔABC là đường trung trực của DE.

Vậy các đường cao của ΔABC là các đường trung trực của ΔDEF.

Chú ý : Ta đã có định lí : Các đường trung trực của ΔDEF gặp nhau tại một điểm. Do đó các đường cao của ΔABC cũng gặp nhau tại một điểm.

Bài tập bổ sung

9.1. Trực tâm của tam giác nằm trong tam giác chỉ với tam giác nhọn, nằm ngoài tam giác chỉ với tam giác tù, trùng với một đỉnh của tam giác chỉ với tam giác vuông. Chọn (D).

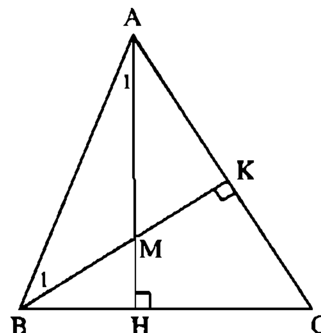
9.2. Chọn (D).

9.3. (h.bs.27)

Để tính góc AMB, ta cần tính $\widehat{A}_1$, $\widehat{B}_1$.

Trong tam giác vuông AHB có $\widehat{A}_1 = 90^o - \widehat{ABH} = 90^o - 67^o = 23^o$.

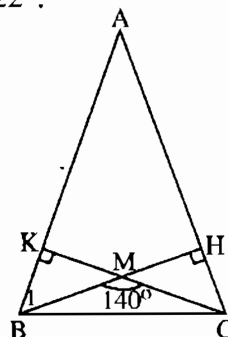
Trong tam giác vuông AKB có $\widehat{B}_1 = 90^o - \widehat{BAK} = 90^o - 55^o = 35^o$.



Hình bs.27

Vậy trong tam giác AMB có

$\widehat{AMB} = 180^o - (\widehat{A}_1 + \widehat{B}_1) = 180^o - (23^o + 35^o) = 122^o.$



Hình bs.28

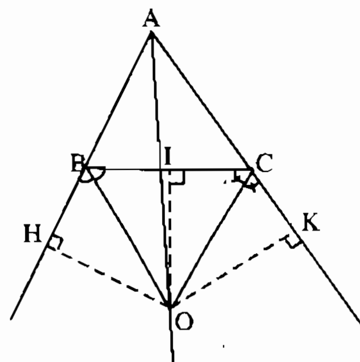
9.4. (h.bs.28) Xét tam giác vuông BKM. Do $\widehat{BMC} = 140^o$ nên $\widehat{B}_1 = 140^o - 90^o = 50^o$.

Trong tam giác vuông AHB có

$\widehat{A} = 90^o - \widehat{B}_1 = 90^o - 50^o = 40^o.$

Tam giác ABC cân tại A, có $\widehat{A} = 40^o$ nên

$\widehat{B} = \widehat{C} = (180^o - 40^o) : 2 = 70^o.$



Hình bs.29

9.5. (h.bs.29) Giả sử hai tia phân giác của các góc ngoài tại đỉnh B và C của tam giác ABC cắt nhau tại O. Ta sẽ chứng minh AO là tia phân giác của góc A.

Kẻ các đường vuông góc OH, OI, OK từ O lần lượt đến các đường thẳng AB, BC, AC.

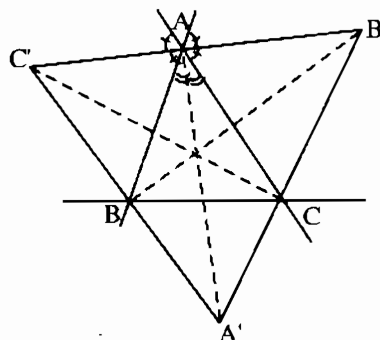
Vì BO là tia phân giác của góc HBC nên OH = OI. (1)

Vì CO là tia phân giác của góc KCB nên OI = OK. (2)

Từ (1) và (2) suy ra OI = OH = OK. (3)

Từ (3) suy ra AO là tia phân giác của góc BAC và ta có điều phải chứng minh.

9.6. (h.bs.30)



Hình bs.30

Ta có AA' ⊥ AB' vì chúng là hai tia phân giác của hai góc kề bù. Tương tự A'A ⊥ AC'. Vì qua A chỉ có một đường vuông góc với AA' nên ba điểm B', A, C' thẳng hàng và A'A ⊥ B'C', hay A'A là một đường cao của tam giác A'B'C'. Hoàn toàn tương tự ta chứng minh được B'B và C'C là hai đường cao của tam giác A'B'C'.

Mặt khác theo cách chứng minh của bài 9.5 ta có AA', BB', CC' là ba tia phân giác của các góc A, B, C của tam giác ABC. Từ đó suy ra giao điểm của ba đường phân giác của tam giác ABC là trực tâm của tam giác A'B'C'.

Bài tập ôn chương III

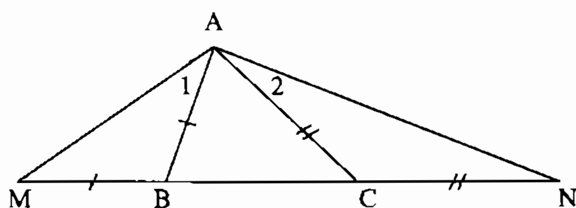
82. (h. 98) a) ΔABC có $AB < AC$ nên

$$\widehat{ACB} < \widehat{ABC}. \quad (1)$$

ΔABM có $AB = BM$ nên là tam giác cân.

Suy ra $\widehat{M} = \widehat{A}_1$. Ta lại có $\widehat{M} + \widehat{A}_1 = \widehat{ABC}$ (góc ngoài của ΔABM) nên

$$\widehat{M} = \frac{1}{2}\widehat{ABC}. \quad (2)$$



Hình 98

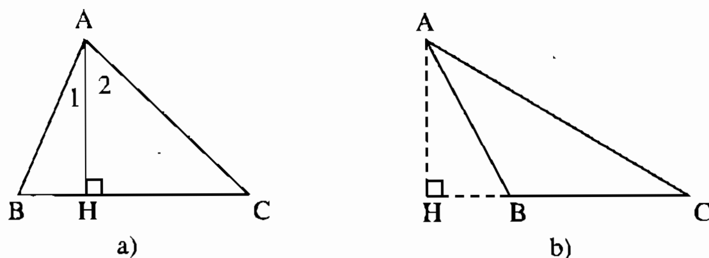
Chứng minh tương tự, $$\widehat{N} = \frac{1}{2}\widehat{ACB}. \quad (3)$$

Từ (1), (2), (3) suy ra : $\widehat{N} < \widehat{M}$.

b) ΔAMN có $\widehat{N} < \widehat{M}$ nên $AM < AN$.

83. (h. 99) Xét các đường xiên kẻ từ A đến BC :

Đường xiên $AB < AC$ nên hình chiếu $HB < HC$.



Hình 99

– Nếu $\widehat{B}$ nhọn (h.99a) thì $\widehat{B} + \widehat{A}_1 = \widehat{C} + \widehat{A}_2$ (cùng bằng 90^o).

Xét ΔABC : $AB < AC$ nên $\widehat{C} < \widehat{B}$. Do đó $\widehat{A}_2 > \widehat{A}_1$ tức là $\widehat{HAB} < \widehat{HAC}$.

– Nếu $\widehat{B}$ tù (h.99b) thì B nằm giữa H và C nên $\widehat{HAB} < \widehat{HAC}$.

84. Ta biết rằng mỗi cạnh của tam giác phải nhỏ hơn tổng hai cạnh kia.

– Nếu cạnh lớn nhất của tam giác có độ dài 5cm thì hai cạnh kia có độ dài : 2cm, 4cm ; hoặc 3cm, 4cm.

– Nếu cạnh lớn nhất của tam giác có độ dài 4cm thì hai cạnh kia có độ dài : 2cm, 3cm.

– Cạnh lớn nhất của tam giác không thể có độ dài 3cm.

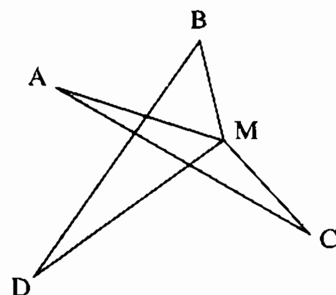
Vậy có ba tam giác với độ dài cạnh là :

5cm, 2cm, 4cm ;

5cm, 3cm, 4cm ;

4cm, 2cm, 3cm.

85. (h. 100) Xét M là một điểm tuỳ ý. Ta luôn có :



Hình 100

$MA + MC \geq AC$ (xảy ra dấu bằng nếu M thuộc đoạn thẳng AC).

$MB + MD \geq BD$ (xảy ra dấu bằng nếu M thuộc đoạn thẳng BD).

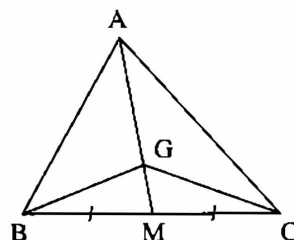
Do đó :

$MA + MB + MC + MD \geq AC + BD$ (xảy ra dấu bằng nếu M là giao điểm của các đoạn thẳng AC và BD).

Như vậy : Tổng MA + MB + MC + MD nhỏ nhất bằng AC + BD khi M là giao điểm của AC và BD.

86. (h. 101) a) Theo tính chất của trọng tâm tam giác :

$$AG = 2GM.$$



Hình 101

Suy ra $S_{AGC} = 2S_{GMC}$ (vì đáy AG = 2GM, chung chiều cao kẻ từ C).

b) $S_{GMB} = S_{GMC}$ (vì đáy BM = MC, chung chiều cao kẻ từ G).

c) Ở câu a) ta có : $S_{AGC} = 2S_{GMC}$.

Tương tự ta có : $S_{AGB} = 2S_{GMB}$.

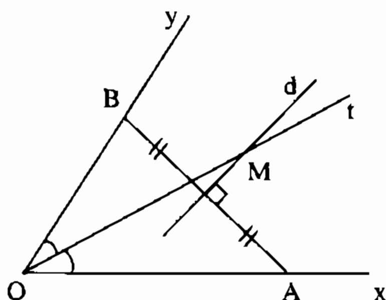
Ta lại có : $S_{GMC} = S_{GMB}$ (câu b)) nên $S_{AGC} = S_{AGB} = S_{BGC}$.

87. (h. 102) a) Điểm nằm trong góc xOy cách đều Ox và Oy nằm trên tia phân giác Ot của góc xOy.

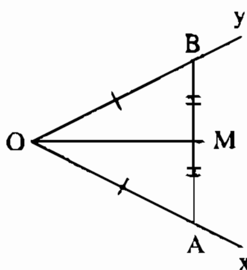
Điểm cách đều A và B nằm trên đường trung trực d của AB.

Điểm M phải tìm là giao điểm của tia Ot và đường thẳng d.

b) Nếu OA = OB thì tia Ot nằm trên đường thẳng d nên có vô số điểm M thoả mãn các điều kiện trong câu a).



Hình 102



Hình 103

88. (h. 103) – Dùng thước có chia khoảng, lấy điểm A thuộc tia Ox, điểm B thuộc tia Oy sao cho OA = OB.

– Kẻ đoạn thẳng AB.

– Dùng thước có chia khoảng, lấy điểm M là trung điểm của AB.

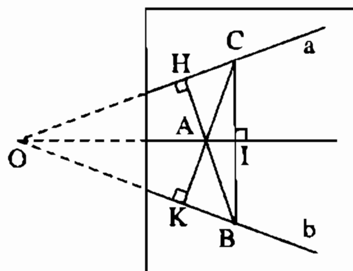
– Kẻ tia OM.

Giải thích : ΔAOB cân tại O, OM là trung tuyến nên OM là tia phân giác của góc xOy.

89. (h. 104) Kẻ AH ⊥ a, HA cắt đường thẳng b tại B.

Kẻ AK ⊥ b, KA cắt đường thẳng a tại C.

Kẻ AI ⊥ BC. Đường thẳng AI sẽ đi qua điểm O.



Hình 104

Giải thích : Xét ΔOBC, BH và CK là các đường cao, chúng cắt nhau tại A nên A là trực tâm của tam giác. Ta lại có AI ⊥ BC nên AI nằm trên đường cao đi qua O.

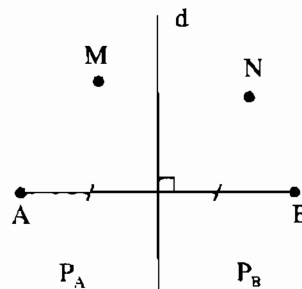
90. (h. 105) a) Giải tương tự như bài 57, ta có MA < MB.

b) Giải tương tự như câu a), ta có NB < NA.

c) Nếu K nằm trong P_B thì theo câu b) ta có KB < KA, trái với đề bài.

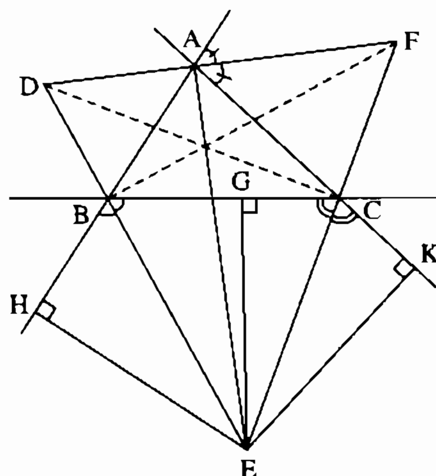
Nếu K nằm trên d thì KA = KB, trái với đề bài.

Vậy K nằm trong P_A.



Hình 105

91. (h. 106) a) E thuộc tia phân giác của góc CBH nên EG = EH.



Hình 106

E thuộc tia phân giác của góc BCK nên EG = EK.

Vậy EH = EG = EK.

b) EH = EK ⇒ AE là tia phân giác của góc BAC.

c) AE là tia phân giác của góc trong tại A của ΔABC, AF là tia phân giác của góc ngoài tại A của ΔABC nên AE ⊥ AF (tính chất tia phân giác của hai góc kề bù).

d) Theo câu b), AE là đường phân giác của góc A. Tương tự BF là đường phân giác của góc B, CD là đường phân giác của góc C. Các đường thẳng AE, BF, CD là các đường phân giác của ΔABC.

e) Theo câu c), EA là đường cao của ΔDEF. Tương tự FB và DC cũng là đường cao của ΔDEF. Vậy EA, FB, DC là các đường cao của ΔDEF.

Bài tập bổ sung

III.1. Vì đường cao và đường trung tuyến xuất phát từ cùng một đỉnh lần lượt là đường vuông góc và đường xiên kẻ từ cùng một điểm đến cùng một đường thẳng nên ta có điều phải chứng minh.

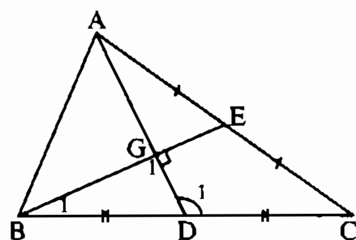
III.2. (h.bs.31)

$BC < 2AC$ nếu $\frac{1}{2}BC = CD < AC$.

Xét tam giác ADC. Có $\widehat{D}_1 = \widehat{G}_1 + \widehat{B}_1$.

Theo giả thiết $\widehat{G}_1 = 90^o$ nên $\widehat{D}_1$ là góc tù.

Cạnh AC đối diện với góc D_1 nên là cạnh lớn nhất, vậy $AC > DC$ hay $2AC > 2DC = BC$.



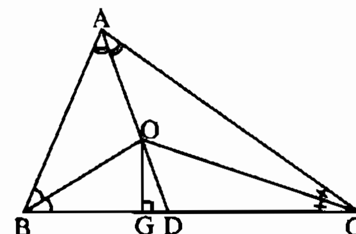
Hình bs.31

III.3. (h.bs.32)

Để chứng minh $\widehat{BOG} = \widehat{COD}$, ta chứng minh $\widehat{BOD} = \widehat{GOC}$. Xét tam giác OAB, ta có $\widehat{BOD} = \frac{1}{2}(\widehat{A} + \widehat{B}) = \frac{1}{2}(180^o - \widehat{C})$. (1)

Xét tam giác vuông OCG, ta có

$$\widehat{GOC} = 90^o - \frac{1}{2}\widehat{C} = \frac{1}{2}(180^o - \widehat{C}). \quad (2)$$



Hình bs.32

Từ (1) và (2) suy ra $\widehat{BOD} = \widehat{GOC}$. Vậy $\widehat{BOG} = \widehat{COD}$.

III.4. (h.bs.33)

Xét tam giác vuông AHB. Ta có

$\widehat{ABH} = 180^o - 112^o = 68^o$;

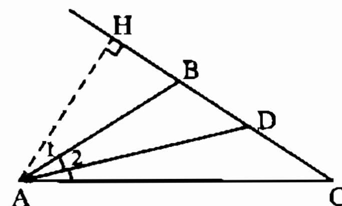
$\widehat{A}_1 = 90^o - \widehat{ABH} = 90^o - 68^o = 22^o$.

Tam giác ABC cân tại B có $\widehat{B} = 112^o$ nên $\widehat{BAC} = (180^o - 112^o) : 2 = 34^o$.

Do đó $\widehat{A}_2 = 34^o : 2 = 17^o$. Từ đó suy ra

$\widehat{HAD} = \widehat{A}_1 + \widehat{A}_2 = 22^o + 17^o = 39^o$;

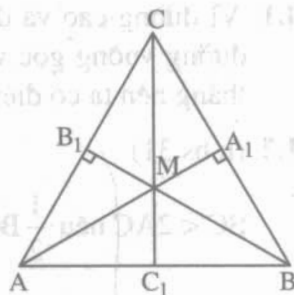
$\widehat{HDA} = 90^o - \widehat{HAD} = 90^o - 39^o = 51^o$.



Hình bs.33

III.5. (h.bs.34)

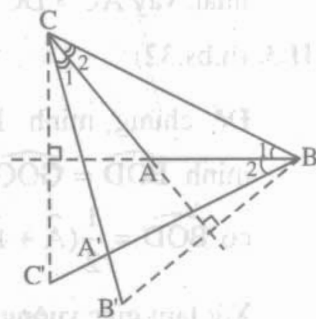
Gọi giao điểm của CM và AB là C_1. Ta cần chứng minh $CC_1 \perp AB$ và C_1 là trung điểm của đoạn thẳng AB. Vì trong một tam giác ba đường cao đồng quy nên CM hay CC_1 vuông góc với AB. Hai tam giác vuông CC_1A và CC_1B bằng nhau vì có $\widehat{A} = \widehat{B}$, CA = CB nên $C_1A = C_1B$, hay C_1 là trung điểm của AB. Vậy MC là đường trung trực của đoạn thẳng AB.



Hình bs.34

III.6. (h.bs.35)

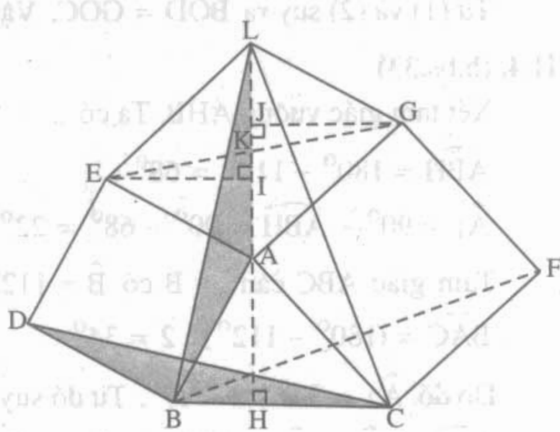
Xét tam giác A'BC. Vì AC là đường trung trực của BB' nên có $\widehat{C}_1 = \widehat{C}_2$. Vì AB là đường trung trực của CC' nên $\widehat{B}_1 = \widehat{B}_2$. Suy ra AB, AC lần lượt là đường phân giác của các góc A'BC và A'CB. Vậy ba đường phân giác của tam giác A'BC đồng quy tại A, hay A là điểm nằm trong tam giác A'BC và cách đều ba cạnh của tam giác này.



Hình bs.35

III.7. (h.bs.36)

a) Hai tam giác vuông ABH và EAI bằng nhau vì có AB = EA, $\widehat{BAH} = \widehat{AEI}$ (cùng phụ với góc EAI). Tương tự hai tam giác vuông ACH và GAJ bằng nhau. Suy ra EI = AH = GJ. Mặt khác, $\widehat{JKG} = \widehat{IKE}$ (đối đỉnh), do đó $\Delta EKI = \Delta GKJ$. Từ đó ta có EK = GK, hay K là trung điểm của EG. Vậy AK là trung tuyến của tam giác AEG.



Hình bs.36

b) Theo a) $\Delta EKI = \Delta GKJ$ nên KI = KJ. Mặt khác, theo giả thiết K là trung điểm của AL nên AI = LJ. Ta có

$$AL = AJ + JL = AJ + AI = HC + HB = BC.$$

c) Hai tam giác ALB và BCD bằng nhau và có AL = BC, AB = BD và $\widehat{BAL} = 90^{\circ} + \widehat{EAL} = 90^{\circ} + \widehat{ABC} = \widehat{DBC}$.

Suy ra $\widehat{ALB} = \widehat{BCD}$. Mặt khác ta có $\widehat{ALB} + \widehat{LBH} = 90^{\circ}$ nên $\widehat{BCD} + \widehat{LBH} = 90^{\circ}$, suy ra $LB \perp CD$, tức CD là một đường cao của tam giác LBC.

d) Lập luận tương tự câu c), ta có BF là một đường cao của tam giác LBC.

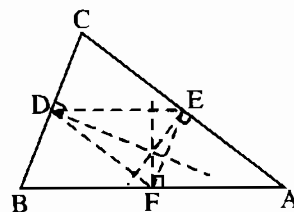
Vậy ba đường thẳng AH, BF, CD là ba đường cao của tam giác LBC nên chúng đồng quy.

III.8. (h.bs.37)

a) Ta có $\Delta BDF = \Delta EFD$ (g.c.g).

Suy ra BD = EF. Theo giả thiết, D là trung điểm của BC nên CD = DB = EF.

Hai tam giác CDE và EFA bằng nhau vì CD = EF, $\widehat{CDE} = \widehat{CBA} = \widehat{EFA}$ và $\widehat{ECD} = \widehat{AEF}$ (các góc đồng vị). Suy ra CE = EA.



Hình bs.37

b) Gọi D là trung điểm của BC, E là trung điểm của AC. Theo câu a) đường thẳng qua D, song song với AB phải cắt AC tại trung điểm của AC nên đường thẳng đó phải đi qua E, hay DE//AB.

c) Gọi D, E, F theo thứ tự là trung điểm của BC, CA, AB. Đường trung trực của BC phải vuông góc với EF (vì EF//BC), hay nó là một đường cao của tam giác DEF. Suy ra ba đường trung trực của tam giác ABC là ba đường cao của tam giác DEF. Do đó tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC (giao điểm của ba đường trung trực của tam giác ABC) là trực tâm của tam giác DEF.

ÔN TẬP CUỐI NĂM

ĐỀ BÀI

Phần đại số

1. Giả sử $x = \frac{a}{m}$, $y = \frac{b}{m}$ (a, b, m ∈ **Z**, m > 0) và x < y. Hãy chứng tỏ rằng nếu chọn $z = \frac{2a+1}{2m}$ thì ta có x < z < y.

2. Tính : $\left(2\frac{1}{3}+3\frac{1}{2}\right):\left(-4\frac{1}{6}+3\frac{1}{7}\right)+7\frac{1}{2}$.

3. Tìm x biết rằng :

$$\frac{(-0,7)^2.(-5)^3}{\left(-2\frac{1}{3}\right)^3.\left(1\frac{1}{2}\right)^4.(-1)^5}\cdot x = \frac{(-40)^2}{3.7.2^2}.$$

4. So sánh :

a) $8\frac{2}{3}:4\frac{1}{3}-50$ và -47

b) $\sqrt{37}-\sqrt{14}$ và $6-\sqrt{15}$.

5. Tam giác ABC có chu vi bằng 24cm và các cạnh a, b, c tỉ lệ với 3, 4, 5.

a) Tính các cạnh của ΔABC ;

b) Tam giác ABC có phải là tam giác vuông không ? Vì sao ?

6. Trong mặt phẳng toạ độ hãy vẽ đường thẳng đi qua hai điểm O(0 ; 0) và A(1 ; 2). Đường thẳng OA là đồ thị của hàm số nào ?

7. Hàm số y = f(x) được cho bởi công thức y = –1,5x.

a) Vẽ đồ thị của hàm số trên ;

b) Bằng đồ thị hãy tìm các giá trị f(–2), f(1), f(2) (và kiểm tra lại bằng cách tính).

8. Hãy sưu tầm một biểu đồ hình quạt (trong sách, báo hoặc tại một cuộc triển lãm) rồi nêu ý nghĩa của biểu đồ đó.

9*. Hai vòi nước cùng lần lượt chảy vào hai bể. Bể thứ hai có sẵn 50 lít nước. Bể thứ nhất chưa có nước. Mỗi phút vòi thứ nhất chảy vào bể 1 được 20 lít, vòi thứ hai chảy vào bể 2 được 30 lít.

a) Viết biểu thức đại số mô tả số lít nước trong mỗi bể sau thời gian x phút.

b) Tính lượng nước có trong mỗi bể sau x = 1, 2, 3, 10 phút rồi điền kết quả vào bảng sau :

Phút / Bể	1	2	3	10	x
Bể 1					
Bể 2					
Cả hai bể					

10. Đánh dấu ✓ vào ô mà em chọn là nghiệm của đa thức

1) $2x - 5$

2,5	0	–2,5

2) $2x^2 - 50$

–5	–12,5	5	12,5

3) $13x - 26$

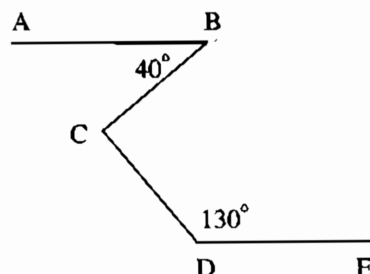
–2	2	13	–13

4) $-x^2 + x + 2$

–1	1	–2	2

Phần hình học

1. Cho hình 107 trong đó $\widehat{B} = 40^\circ$, $\widehat{D} = 130^\circ$, AB // DE. Tính $\widehat{BCD}$.



Hình 107

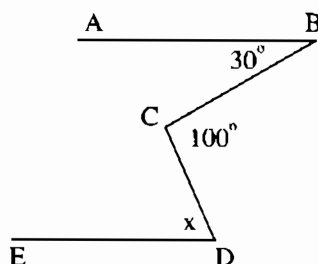
2. Cho góc vuông xOy, điểm A thuộc tia Ox, điểm B thuộc tia Oy. Gọi D, E theo thứ tự là trung điểm của OA, OB. Đường vuông góc với OA tại D và đường vuông góc với OB tại E cắt nhau ở C. Chứng minh rằng :

a) CE = OD ; b) $CE \perp CD$;

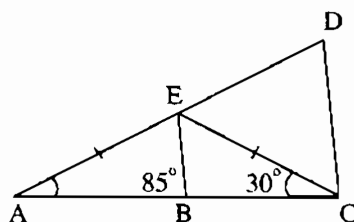
c) CA = CB ; d) CA // DE ;

e) Ba điểm A, B, C thẳng hàng.

3. Tìm giá trị của x trên hình 108 biết rằng AB // DE.



Hình 108



Hình 109

4. So sánh các cạnh của tam giác CDE trên hình 109 biết rằng BE // CD.

5. Cho tam giác ABC vuông tại A, phân giác BD.

a) So sánh các độ dài AB và AD ; b) So sánh các độ dài BC và BD.

6. Cho tam giác ABC vuông tại A, phân giác BD. Kẻ DE ⊥ BC (E ∈ BC). Gọi F là giao điểm của BA và ED. Chứng minh rằng :

a) BD là đường trung trực của AE ;

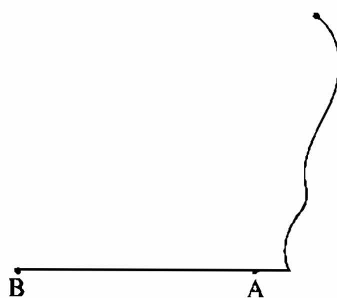
b) DF = DC ;

c) AD < DC.

7. a) Chứng minh rằng : Nếu tam giác ABC có đường trung tuyến AM bằng nửa cạnh BC thì tam giác đó vuông tại A.

b) *Ứng dụng :* Một tờ giấy bị rách ở mép (h.110). Hãy dùng thước và compa vẽ đường vuông góc với AB tại A.

Hướng dẫn : Vẽ điểm C sao cho CA = CB, rồi vẽ điểm E thuộc tia đối của tia CB sao cho CE = CB.



Hình 110

8*. Cho tam giác nhọn ABC, đường cao AH. Vẽ điểm D sao cho AB là đường trung trực của HD. Vẽ điểm E sao cho AC là đường trung trực của HE. Gọi M, N theo thứ tự là giao điểm của DE với AB, AC. Xét xem các đường thẳng sau là các đường gì trong tam giác HMN : MB, NC, HA, HC, MC, từ đó hãy chứng minh rằng MC vuông góc với AB.

9*. Tam giác ABC vuông tại A, đường cao AH, HC – HB = AB. Chứng minh rằng BC = 2AB.

LỜI GIẢI, CHỈ DẪN, ĐÁP SỐ

Phần đại số

1. Vì x < y nên a < b. Ta có $x = \frac{a}{m} = \frac{2a}{2m}$, $y = \frac{b}{m} = \frac{2b}{2m}$.

Chọn số $z = \frac{2a+1}{2m}$. Do 2a < 2a + 1 nên x < z. (1)

Do a < b nên a + 1 ≤ b suy ra 2a + 2 ≤ 2b.

Ta có 2a + 1 < 2a + 2 ≤ 2b nên 2a + 1 < 2b, do đó z < y. (2)

Từ (1) và (2) suy ra : x < z < y.

Nhận xét trên cho thấy : trên trục số, giữa hai điểm hữu tỉ bất kì, tồn tại một điểm hữu tỉ, do đó tồn tại vô số điểm hữu tỉ.

2. Đặt $A = 2\frac{1}{3} + 3\frac{1}{2}$, $B = -4\frac{1}{6} + 3\frac{1}{7}$. Ta có :

$$A = 2\frac{1}{3} + 3\frac{1}{2} = (2+3) + \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{2}\right) = 5 + \frac{5}{6} = \frac{35}{6} \ ;$$

$$B = -4\frac{1}{6} + 3\frac{1}{7} = -\left(4\frac{1}{6} - 3\frac{1}{7}\right) = -1\frac{1}{42} = -\frac{43}{42}.$$

Vậy ta có : $A : B + 7\frac{1}{2} = \frac{35}{6} : \left(-\frac{43}{42}\right) + \frac{15}{2} = \frac{-245}{43} + \frac{15}{2} = 1\frac{69}{86}.$

3. Ta có : $$\frac{(-0,7)^2.(-5)^3}{\left(-2\frac{1}{3}\right)^3 \cdot \left(1\frac{1}{2}\right)^4 \cdot (-1)^5} = \frac{\left(\frac{-7}{10}\right)^2 \cdot (-5)^3}{\left(\frac{-7}{3}\right)^3 \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^4 \cdot (-1)^5} =$$

$$= \frac{\frac{7^2}{10^2} \cdot (-5)^3}{-\frac{7^3}{3^3} \cdot \frac{3^4}{2^4} \cdot (-1)} = -5^3 \cdot \frac{7^2}{2^2.5^2} \cdot \frac{3^3}{7^3} \cdot \frac{2^4}{3^4} = -\frac{5.2^2}{7.3} = -\frac{20}{21} \ ;$$

$$\frac{(-40)^2}{3.7.2^2}=\frac{1600}{84}=\frac{400}{21}.$$

Do đó ta được : $-\frac{20}{21}.x=\frac{400}{21}\Rightarrow x=\frac{400}{21}:\left(-\frac{20}{21}\right)=-20.$

4. a) $8\frac{2}{3}:4\frac{1}{3}-50=2-50=-48<-47.$

b) $$\sqrt{37}>\sqrt{36}=6\Rightarrow\sqrt{37}>6 \quad (1)$$

$$-\sqrt{14}>-\sqrt{15}. \quad (2)$$

Từ (1) và (2) suy ra : $\sqrt{37}-\sqrt{14}>6-\sqrt{15}.$

5. a) Vì a, b, c tỉ lệ với 3, 4, 5 và a + b + c = 24 (cm), nên :

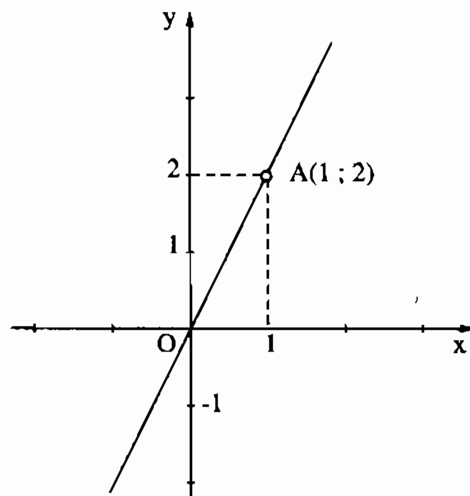
$$\frac{a}{3}=\frac{b}{4}=\frac{c}{5}=\frac{a+b+c}{3+4+5}=\frac{24}{12}=2.$$

Vậy a = 6, b = 8, c = 10 (tính theo cm).

b) ΔABC là tam giác vuông vì $a^2+b^2=36+64=100=c^2$.

6. Trước hết hãy xác định các điểm O và A. O chính là gốc toạ độ. A là điểm có hoành độ là 1 và tung độ là 2. Xem hình 111.

Đường thẳng OA là đồ thị của hàm số y = 2x.



Hình 111

7. a) HS tự vẽ.

b) ĐS : $f(-2) = 3$, $f(1) = -1,5$, $f(2) = -3$.

8. HS tự tìm.

9*. a) Bể 1 : 20x ; Bể 2 : 30x + 50 ;

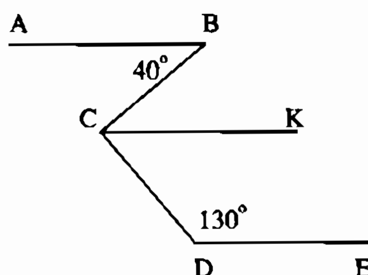
b)

Bể \ Phút	1	2	3	10	x
Bể 1	20	40	60	200	20x
Bể 2	80	110	140	350	30x + 50
Cả hai bể	100	150	200	550	50x + 50

10. HS tự giải.

Phần hình học

1. (h. 112) Kẻ CK // AB. Do CK // AB, DE // AB nên CK // DE.



Hình 112

AB // CK ⇒ $\widehat{BCK} = \hat{B} = 40^o$ (so le trong)

CK // DE ⇒ $\widehat{DCK}$ bù $\widehat{CDE}$ (góc trong cùng phía)

$$\Rightarrow \widehat{DCK} = 180^o - 130^o = 50^o.$$

Do đó :

$$\widehat{BCD} = \widehat{BCK} + \widehat{DCK} = 40^o + 50^o = 90^o.$$

2. (h. 113) a) CE // OD (cùng vuông góc với OB) ⇒ $\hat{C}_1 = \hat{O}_1$ (so le trong)

$\Delta OCE = \Delta COD$ (cạnh huyền – góc nhọn) ⇒ CE = OD.

b) CD // OE (cùng vuông góc với OA) ⇒ $\widehat{BEC} = \widehat{ECD}$ (so le trong).

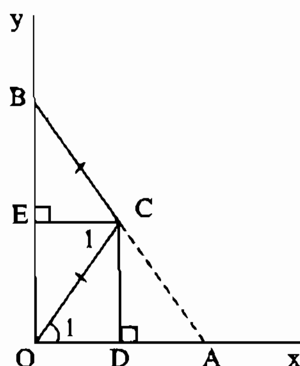
Ta lại có $\widehat{BEC} = 90^o$ nên $\widehat{ECD} = 90^o$.

Vậy $CE \perp CD$.

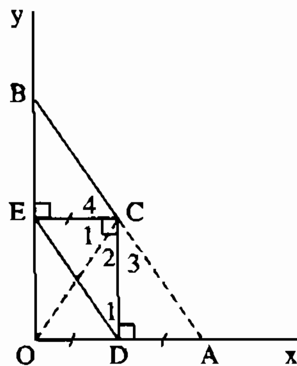
c) CD là đường trung trực của OA $\Rightarrow$ CO = CA.

CE là đường trung trực của OB $\Rightarrow$ CO = CB.

Do đó CA = CB.



Hình 113



Hình 114

d) (h. 114) Ta có CE = OD (câu a))

mà OD = DA nên CE = DA.

Ta lại có $\widehat{ECD} = 90^o$ (câu b)).

Do đó $\Delta ECD = \Delta ADC$ (c.g.c)

$\Rightarrow \hat{D}_1 = \hat{C}_3 \Rightarrow$ CA // DE (hai góc so le trong bằng nhau).

e) *Cách 1*. Theo câu d) : CA // DE. Chứng minh tương tự : CB // DE.

Qua C ta có CA và CB cùng song song với DE nên theo tiên đề Ơ-clit : A, C, B thẳng hàng.

Cách 2. CO = CA $\Rightarrow$ ΔOCA cân $\Rightarrow$ đường cao CD là đường phân giác của góc OCA $\Rightarrow \hat{C}_2 = \hat{C}_3 \Rightarrow \widehat{OCA} = 2\hat{C}_2$.

Chứng minh tương tự : $\hat{C}_1 = \hat{C}_4 \Rightarrow \widehat{OCB} = 2\hat{C}_1$.

Do đó :

$$\widehat{OCA} + \widehat{OCB} = 2\hat{C}_2 + 2\hat{C}_1 = 2(\hat{C}_2 + \hat{C}_1) = 2\widehat{ECD} = 2.90^o = 180^o.$$

Vậy A, C, B thẳng hàng.

3. (h. 115) Kẻ CK // AB. Do CK // AB, DE // AB nên CK // DE.

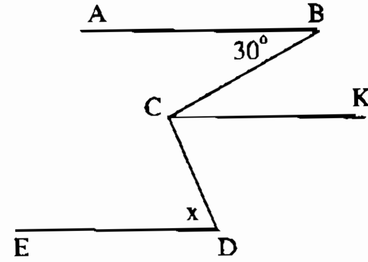
Ta có AB // CK $\Rightarrow$ $\widehat{BCK} = \hat{B} = 30^o$ (so le trong).

Suy ra

$\widehat{DCK} = \widehat{BCD} - \widehat{BCK} = 100^o - 30^o = 70^o$.

CK // DE $\Rightarrow$ $\hat{D} = \widehat{DCK} = 70^o$ (so le trong).

Vậy x = 70^o.



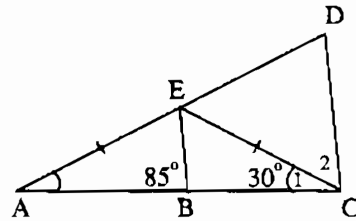
Hình 115

4. (h. 116) Trước hết ta tính các góc của ΔECD.

Δ AEC cân tại E $\Rightarrow$ $\hat{A} = \hat{C}_1 = 30^o$.

$\widehat{CED}$ là góc ngoài của ΔAEC

$\Rightarrow \widehat{CED} = \hat{A} + \hat{C}_1 = 30^o + 30^o = 60^o$.



Hình 116

BE // CD $\Rightarrow$ $\widehat{ACD} = \widehat{ABE} = 85^o$ (đồng vị)

$\Rightarrow \hat{C}_2 = \widehat{ACD} - \hat{C}_1 = 85^o - 30^o = 55^o$.

Xét Δ ECD : $\hat{D} = 180^o - \widehat{CED} - \hat{C}_2 = 180^o - 60^o - 55^o = 65^o$.

Trong Δ ECD : $\hat{C}_2 < \widehat{CED} < \hat{D} \Rightarrow$ ED < CD < EC.

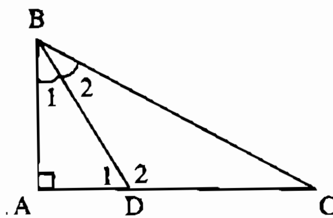
5. (h. 117) a) $\hat{D}_1 > \hat{B}_2$ (góc ngoài của Δ BDC)

mà $\hat{B}_1 = \hat{B}_2$ nên $\hat{D}_1 > \hat{B}_1$.

Δ ABD có $\hat{D}_1 > \hat{B}_1$ nên AB > AD.

b) *Cách 1.* $\hat{D}_2 > \hat{A}$ (góc ngoài của ΔABD)

mà $\hat{A} = 90^o$ nên $\hat{D}_2 > 90^o$.



Hình 117

Δ BDC có $\hat{D}_2 > 90^o$ nên $\hat{D}_2 > \hat{C}$, do đó BC > BD.

Cách 2. Xét các đường xiên BD, BC. Hình chiếu AC > AD nên đường xiên BC > BD.

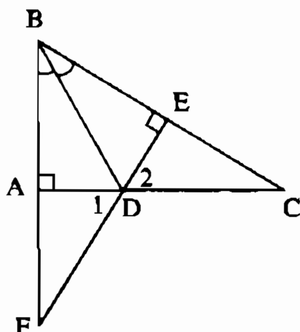
6. (h. 118) a) Δ ABD = Δ EBD (cạnh huyền – góc nhọn) $\Rightarrow$ BA = BE, DA = DE. Do đó BD là đường trung trực của AE.

b) Δ DAF = Δ DEC (g.c.g) $\Rightarrow$ DF = DC.

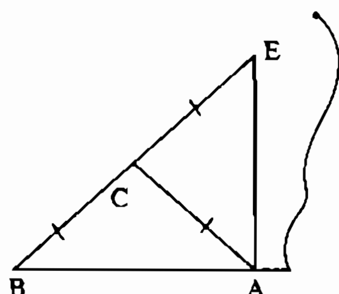
c) Xét Δ DEC vuông tại E :

DE < DC (cạnh góc vuông nhỏ hơn cạnh huyền).

Ta lại có DA = DE (câu a)) nên DA < DC.



Hình 118



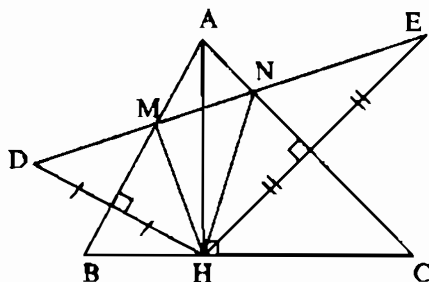
Hình 119

7. a) Xem chứng minh ở bài 39.

b) (h. 119) ΔABE có đường trung tuyến AC bằng $\frac{1}{2}$BE nên $\widehat{BAE} = 90^o$.

Vậy AE $\perp$ AB.

8. (h. 120) M thuộc đường trung trực của HD nên MH = MD. MB là đường trung trực của đáy HD của tam giác cân HMD nên MB là tia phân giác của góc HMD. Tương tự NC là tia phân giác của góc HNE. Vậy MB, NC là các đường phân giác góc ngoài của Δ HMN.



Hình 120

Các đường thẳng MB, NC cắt nhau tại A nên HA là đường phân giác góc trong của Δ HMN.

HC vuông góc với HA tại H nên HC là đường phân giác góc ngoài của Δ HMN.

Các đường thẳng HC và NC cắt nhau tại C nên MC là đường phân giác góc trong của Δ HMN.

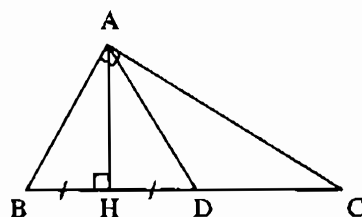
MB và MC là các tia phân giác của hai góc kề bù nên MB $\perp$ MC. Vậy MC $\perp$ AB.

9. (h. 121) Trên HC lấy D sao cho HD = HB. Tam giác ABD có đường cao là đường trung tuyến nên là tam giác cân, suy ra

$$\widehat{ADB} = \widehat{B}. \qquad (1)$$

Ta có : DC = HC – HD =

= HC – HB = AB = AD



Hình 121

nên ΔADC cân, do đó $\widehat{DAC} = \widehat{C}$, suy ra

$$\widehat{DAB} = \widehat{B}. \qquad (2)$$

Từ (1) và (2) suy ra $\widehat{ADB} = \widehat{B} = \widehat{DAB}$, do đó ΔABD là tam giác đều.

Suy ra AB = BD = AD = DC. Vậy BC = 2AB.

MỤC LỤC

PHẦN HÌNH HỌC

Chương III. QUAN HỆ GIỮA CÁC YẾU TỐ TRONG TAM GIÁC.
CÁC ĐƯỜNG ĐỒNG QUY TRONG TAM GIÁC

Chịu trách nhiệm xuất bản : Chủ tịch HĐQT kiêm Tổng Giám đốc **NGÔ TRẦN ÁI**
Phó Tổng Giám đốc kiêm Tổng biên tập **NGUYỄN QUÝ THAO**

Biên tập lần đầu : **NGUYỄN TRỌNG BÁ – TRẦN HỮU NAM**
Biên tập tái bản : **HOÀNG VIỆT**
Biên tập kĩ thuật : **ĐINH XUÂN DUNG – TRẦN THANH HẰNG**
Trình bày bìa : **BÙI QUANG TUẤN**
Sửa bản in : **HOÀNG VIỆT – NGUYỄN THỊ THANH XUÂN**
Chế bản : **CÔNG TY CP THIẾT KẾ VÀ PHÁT HÀNH SÁCH GIÁO DỤC**

BÀI TẬP TOÁN 7 – TẬP HAI

Mã số: 2B704T1

In 100.000 bản (ST); khổ 17 x 24 cm.
Tại Công ty Cổ phần In và Vật tư Hải Dương.
Số in: 03; Số xuất bản: 01 - 2011/CXB/758 - 1235/GD.
In xong và nộp lưu chiểu tháng 01 năm 2011.





SÁCH BÀI TẬP LỚP 7

1. Bài tập Ngữ văn 7 (tập một, tập hai)
2. Bài tập Toán 7 (tập một, tập hai)
3. Bài tập Vật lí 7
4. Bài tập Tiếng Anh 7
5. Bài tập Tiếng Pháp 7
6. Bài tập Tiếng Nga 7





Giá: 8.000đ